Känguru 2013 Student
(gymnasiet åk 2 och 3)

Maunulan yhteiskoulu
HELSINGIN MATEMATIIKKALUKIO

i samarbete med Jan-Anders Salenius
vid Brändö gymnasium.

NAMN _________________________ GRUPP ______

Poängsumma: _____ Känguruskutt: _____

Lösgör svarsblanketten.
Skriv ditt svarsalternativ under uppgiftsnumret.
Felaktigt svar ger minus 1/4 poäng av uppgiftens totala poängantal.
Om du lämnar en ruta tom ges inga minuspoäng.

Uppgift	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Svar										

Uppgift	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Svar										

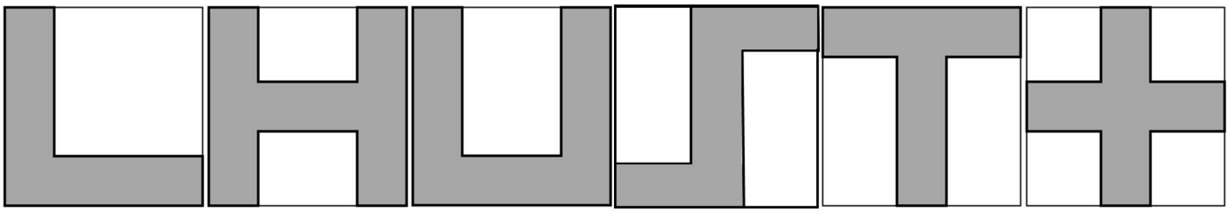
Uppgift	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Svar										

3 poäng

1.
Vilket av följande tal är störst?

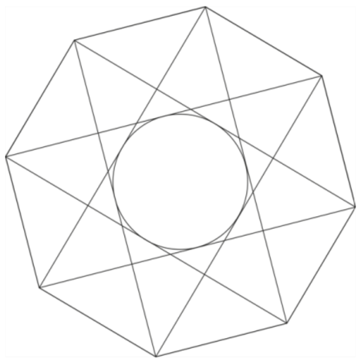
(A) 2013 (B) 2^{0+13} (C) 20^{13} (D) 201^{3} (E) $20 \cdot 13$

2.
Mary ritade figurer på kvadratformade pappersark. I hur många av följande figurer är omkretsen av den gråa figuren lika stor som omkretsen av pappersarket figuren är ritad på?



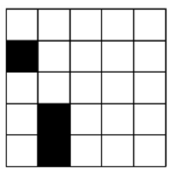
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3.
I figuren ser du en regelbunden åttahörning med sidlängden 10. Ytterligare har man ritat in några diagonaler i åttahörningen samt en cirkel som tangerar diagonalerna. Vilken är cirkelns radie?



(A) 10 (B) 7,5 (C) 5 (D) 2,5 (E) 2

4.
Peter spelar ”sänka skepp” på ett 5×5 –spelbräde tillsammans med sin vän. Han har redan placerat ut två båtar enligt figuren. På hur många sätt kan han placera sin sista 3×1 – båt? Båtarna får inte ens i hörnen vidröra varandra.



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

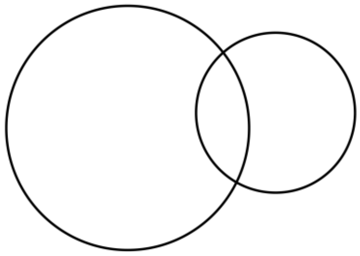
5.
Sex superhjältar fick fast 20 skurkar. Den första superhjälten fick tag i en skurk, den andra i två och den tredje i tre. Den fjärde superhjälten fick tag i fler skurkar än någon annan. Hur många skurkar fick den fjärde superhjälten minst tag i?

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

6.
Årtalet 2013 har en trevlig egenskap. Siffrorna i talet, 0, 1, 2 och 3, är på varandra följande heltal. För hur många år sedan bestod årtalet senast av på varandra följande heltal?

(A) 467 (B) 527 (C) 581 (D) 693 (E) 990

7.
Olga ritade två cirklar och fick till stånd en figur med tre delar.



Hur många delar kan det högst bli fråga om i en figur med två kvadrater?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

8.
Ett prisma har 2013 sidoytor. Hur många kanter har det?

(A) 2011 (B) 2013 (C) 4022 (D) 4024 (E) 6033

9.
Kubikroten ur talet 3^{3^3} är

(A) 3 (B) 3^{3^3-1} (C) 3^{2^3} (D) 3^{3^2} (E) $(\sqrt{3})^3$

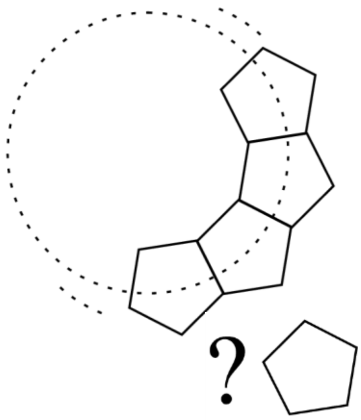
10.
Om $2 < x < 3$, hur många av följande påståenden är då sanna?

$4 < x^2 < 9$ $\quad 4 < 2x < 9$ $\quad 6 < 3x < 9$ $\quad 0 < x^2 - 2x < 3$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

4 poäng

11.
Minna har plastbitar som utgör likadana regelbundna femhörningar. Hon vill göra en ring av bitarna genom att limma ihop bitarna sida vid sida enligt figuren. Hur många femhörningar har den färdiga ringen hon får?



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 15

12.
Då en viss metall smälter växer dess volym med $\frac{1}{12}$ från den tidigare volymen. Till hur stor del minskar volymen av den smälta metallens volym då den hårdnar igen?

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{11}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{13}$ (E) $\frac{1}{14}$

13.
Hur många positiva heltal n finns det, för vilka både $\frac{n}{3}$ och $3n$ är tresiffriga heltal?

(A) 12 (B) 32 (C) 34 (D) 100 (E) 300

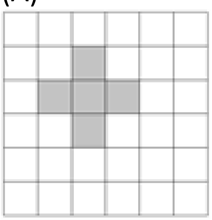
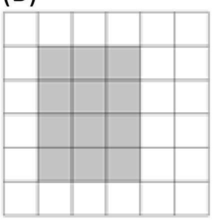
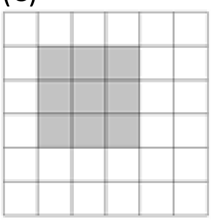
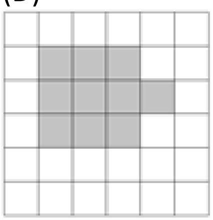
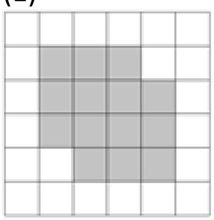
14.
Funktionen f är definierad i de reella talens mängd på följande sätt:
1. f är periodisk och perioden är 5
2. i intervallet $[-2, 3[$ gäller att $f(x) = x^2$.
Hur stort är $f(2013)$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 7

15.
Einar och Paulina stred om en funktion f definierad i de hela talens mängd. Funktionen får enbart heltalsvärden.
Einar påstod: "Då n är jämnt, är $f(n)$ jämnt."
Det framgick att Einar hade fel. Vilket av följande påståenden måste vara sant?

(A) Då n är jämnt, är $f(n)$ udda
(B) Då n är udda, är $f(n)$ jämnt
(C) Då n är udda, är $f(n)$ udda
(D) Det existerar ett jämnt tal n, för vilket $f(n)$ är udda
(E) Det existerar ett udda tal n, för vilket $f(n)$ är udda

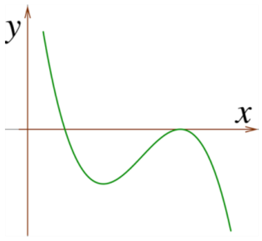
16.
I en toalett vars golv består av kvadratformade kakelplattor finns en rund matta. Som tidsfördriv försöker en liten känguru memorera på vilka plattor mattan ens delvis ligger (mer än en gemensam punkt), och färglägger senare dessa plattor gråa. Vilket av följande slutresultat är omöjligt?

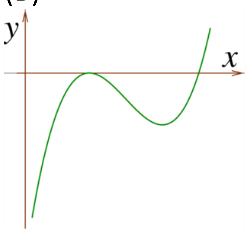
(A)

(B)

(C)

(D)

(E)


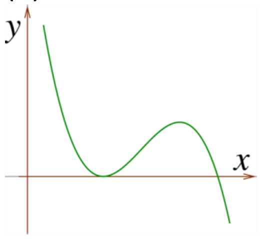
Maunulan yhteiskoulu
HELSINGIN MATEMATIIKKALUKIO

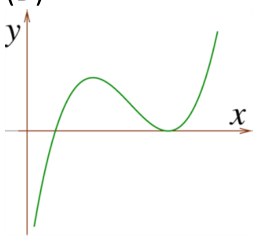
i samarbete med Jan-Anders Salenius
vid Brändö gymnasium.

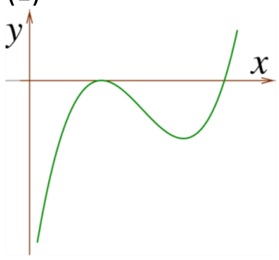
17.
Vi studerar funktionen $W(x) = (a-x)(b-x)^2$, där $a < b$. Funktionens graf är någon av följande. Vilken?

(A)


(B)


(C)


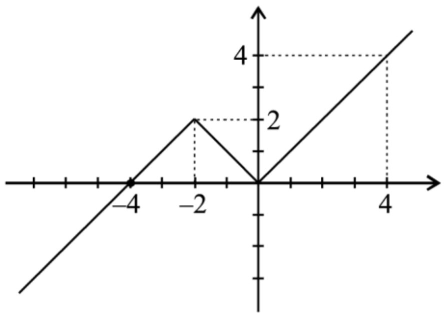
(D)


(E)


18.
Den ena sidans längd i en rektangel är 5. Denna rektangel kan vidare indelas i en kvadrat och en rektangel så att en av dessa har arean 4. Hur många rektanglar med denna egenskap finns det?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

19.
Paul har ritat grafen av funktionen $f: R \longrightarrow R$, och denna består enlig figuren av en sträcka och två strålar. Hur många lösningar har ekvationen $f(f(f(x))) = 0$?



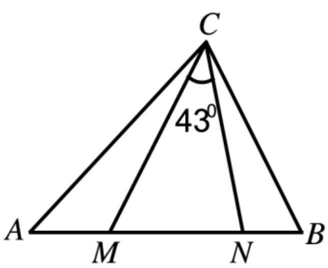
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

20.
I en låda finns 900 kort och på varje kort finns ett av talen 100 – 999. Maria tar en packe med kort ur lådan och räknar summan av siffrorna på varje kort. Hur många kort måste hon minst ta ur lådan för att hon skall vara säker på att få samma summa minst tre gånger?

(A) 51 (B) 52 (C) 53 (D) 54 (E) 55

5 poäng

21.
I triangeln ABC gäller för punkterna M och N på sidan AB, att $AN = AC$ och $BM = BC$. Hur stor är$\measuredangle ACB$, då $\measuredangle MCN = 43°$?



(A) 86° (B) 89° (C) 90° (D) 92° (E) 94°

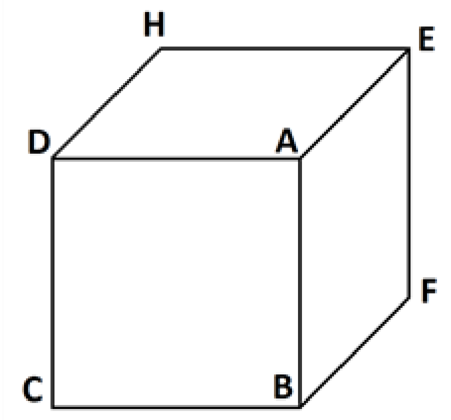
22.

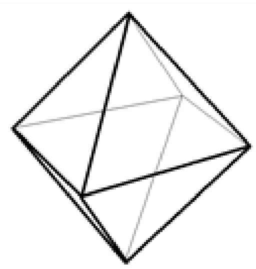
Låt f vara en funktion definierad i de hela talens mängd, för vilken gäller att $f(n) = \frac{n}{2}$, då n är jämnt och $f(n) = \frac{n-1}{2}$, då n är udda. Med beteckningen $f^k(n)$ avses uttrycket $f(f(\ldots f(n)\ldots))$, där f uppträder k gånger. Hur många lösningar har ekvationen $f^{2013}(n) = 1$?

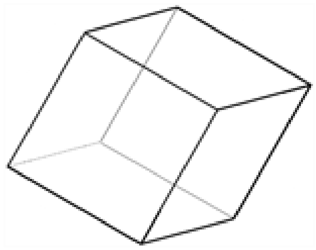
(A) 0 (B) 4026 (C) 2^{2012} (D) 2^{2013} (E) oändligt många

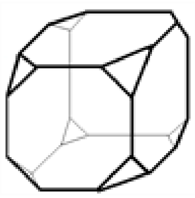
23.

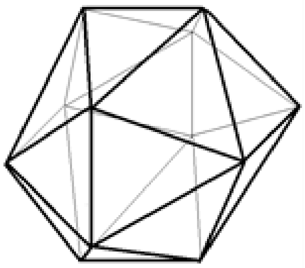
Kuben i figuren skärs med ett plan som går genom "grannhörnen" D, E och B till punkten A. Efter det skär man även kuben längs plan genom grannhörnen till de övriga sju hörnen. Då alla snitt är gjorda och man separerat delarna från varandra, hur ser då den bit ut som innehåller kubens medelpunkt?



(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) Medelpunkten ingår i flera delar.

24.

Då man adderar de n första heltalen får man ett tresiffrigt tal vars alla tre siffror är sinsemellan likadana. Vilken är summan av siffrorna i talet n?

(A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

25.

Kasper räknar ut elementen i sin påhittade talföljd med följande formler:

$$a_1 = 1, \qquad a_{m+n} = a_m + a_n + mn,$$

där m och n är naturliga tal. Hur stort är talet a_{100}?

(A) 100 (B) 1000 (C) 2012 (D) 4950 (E) 5050

26.
Hur många lösningar (x, y) har ekvationen $x^2 + y^2 = |x| + |y|$ i de reella talens mängd?

(A) 1 (B) 5 (C) 8 (D) 9 (E) oändligt många

27.
I ett plan har man ritat några linjer. Linjen r skär exakt tre övriga linjer och linjen s skär exakt fyra övriga linjer. Linjen t skär exakt n övriga linjer, där $3 \neq n \neq 4$. Hur många linjer har man ritat ut i planet?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) ett övrigt antal

28.
För hur många heltalspar (x, y), där $x \leq y$, är talens produkt 5 gånger talens summa?

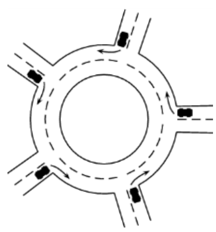
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

29.
På narrarnas och riddarnas ö bor enbart två typer av människor: Narrarna ljuger alltid och riddarna talar alltid sanning. Jag mötte två bröder som bor på ön och frågade den längre av dem om de båda var riddare. Jag fick ett svar men kunde inte avgöra till vilken grupp bröderna hörde. Sedan frågade jag den kortare brodern om den längre var en riddare. När han svarat kunde jag avgöra till vilken grupp bröderna hörde.

Var bröderna riddare eller narrar?

(A) Båda var riddare.
(B) Båda var narrar.
(C) Den längre var riddare, den kortare en narr.
(D) Den längre var narr, den kortare en riddare.
(E) Kan inte avgöras med den information som finns.

30.
Fem bilar kommer samtidigt in i rondellen i figuren, var och en från ett skilt håll. Varje bil kör ut ur rondellen i en annan riktning än varifrån bilen kom. Vilka som helst två bilar kör inte ut via samma utfart. På hur många olika sätt kan bilarna köra ut ur rondellen?



(A) 24 (B) 44 (C) 60 (D) 81 (E) 120