



Kenguru 2016 Cadet

(8. ja 9. luokka)

NIMI _____

LUOKKA _____

Pisteet: _____ Kenguruloikan pituus: _____

Irrota tämä vastauslomake tehtävämönisteesta. Merkitse tehtävän numeron alle valitsemasi vastausvaihtoehto.

Väärästä vastauksesta saat miinus pisteitä $\frac{1}{4}$ tehtävän pistemäärästä, siis esimerkiksi 4 pisteen tehtävästä -1 piste. Tyhjistä ruudusta ei anneta miinus pisteitä.

TEHTÄVÄ	1	2	3	4	5	6	7
VASTAUS							

TEHTÄVÄ	8	9	10	11	12	13	14
VASTAUS							

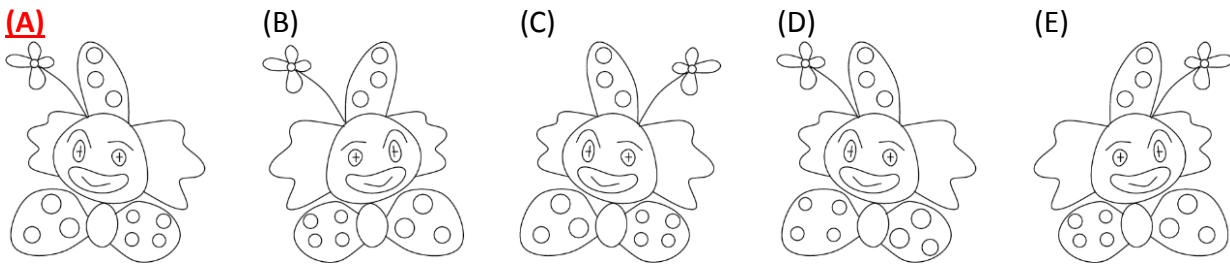
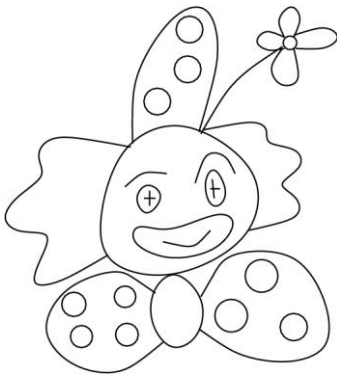
TEHTÄVÄ	15	16	17	18	19	20	21
VASTAUS							



Kenguru 2016 Cadet
(8. ja 9. luokka)

3 pistettä

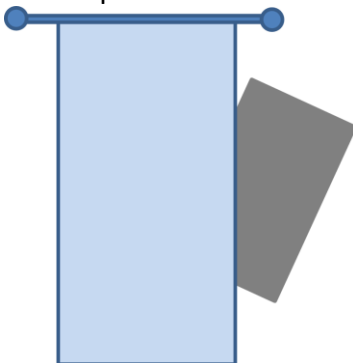
1.
Mitä pelle näkee katsoessaan itseään peilistä?



Ratkaisu:

Peili vaihtaa oikean ja vasemman keskenään, joten peilissä kukan kuuluu olla vasemmalla puolella, hatun kaartua vasemmalle ja rusetin neljäpilkkuisen puolen olla oikealla puolella. Vaihtoehto A on siis oikein.

2.
Suorakulmion muotoinen taulu on ripustettu seinälle huolimattomasti, ja osa siitä on verhon takana piilossa. Minkä muotoinen on piilossa oleva osa?

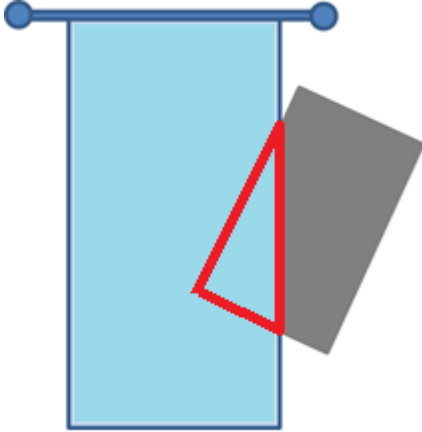


- (A) Kolmio (B) Neliö (C) Kuusikulmio (D) Ympyrä (E) Suorakulmio



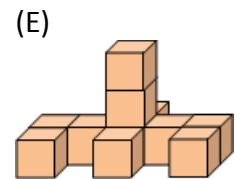
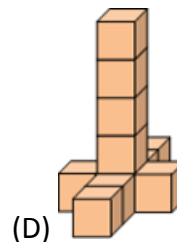
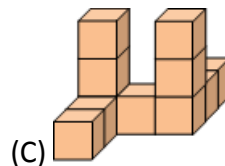
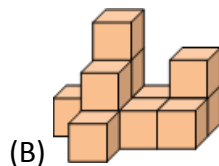
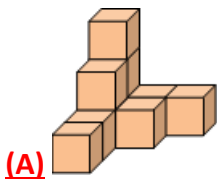
Ratkaisu:

Piirtämällä loput suorakulmiosta nähdään, että vaihtoehto A on oikein.



3.

Mikä rakennelmista on mahdollista tehdä 10 kuutiosta?



Ratkaisu:

Rakennelmaan A tarvitaan 10 kuutiota, jokaiseen muuhun rakennelmaan 11 kuutiota. Vaihtoehto D on siis oikein.

4.

Eetu haluaa, että jokaisen lautasen vasemmalla puolella on haarukka ja oikealla puolella veitsi. Kuinka monen haarukka-veitsi-parin keskinäinen järjestys on vähintään vaihdettava, ennen kuin kaikki veitset ja haarukat ovat oikeissa paikoissa?



(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 5

(E) 6

Ratkaisu:

Kaksi haarukkaa ja kaksi veistä on väärissä paikoissa, joten tarvitaan vähintään 2 vaihtoa.



Kenguru 2016 Cadet

(8. ja 9. luokka)

Vasemmanpuoleisen lautasen oikealla puolella on haarukka ja keskimmäisen lautasen vasemmalla puolella veitsi. Vaihetaan niiden paikat keskenään.



Vaihetaan vielä oikeanpuoleisen lautasen väärillä puolilla olevat veitsi ja haarukka keskenään.



Kaksi vaihtoa siis myös riittää. Vaihtoehto B on oikein.

5.

Juoksujalkaisella on 25 kenkäparia. Se tarvitsee kengän jokaiseen sataan jalkaansa. Kuinka monta kenkää juoksujalkaisen on ostettava lisää?

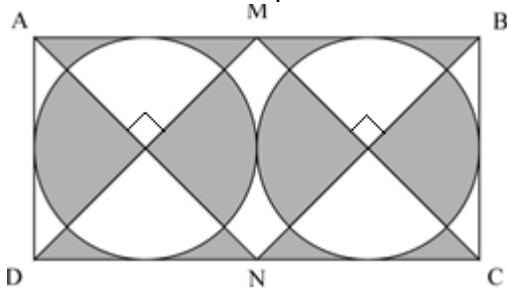
- (A) 15 (B) 20 (C) 35 **(D) 50** (E) 75

Ratkaisu:

Juoksujalkainen tarvitsee yhteensä 100 kenkää, ja sillä on nyt $2 \cdot 25 = 50$ kenkää. Se tarvitsee $100 - 50 = 50$ lisää kenkää.

6.

Suorakulmion $ABCD$ pinta-ala on 200. Kuinka suuri on tummennettu pinta-ala?



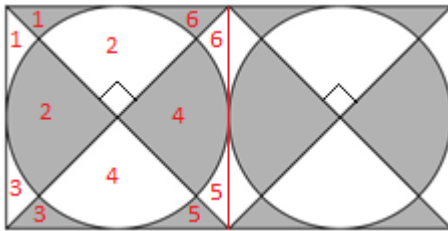
- (A) 50 (B) 80 **(C) 100** (D) 120 (E) 150

Ratkaisu:

Jokaisella valkoisella palalla on samanmuotoinen ja -kokoinen tummennettu pari:



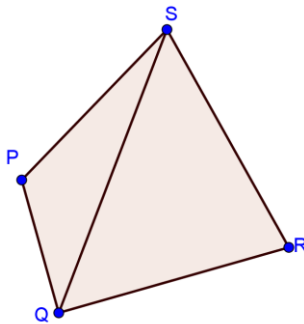
Kenguru 2016 Cadet
(8. ja 9. luokka)



Siten tasan puolet pinta-alasta on valkoista ja puolet tummennettua. Vaihtoehto C on siis oikein.

7.

Neljä kaupunkia P, Q, R ja S on yhdistetty teillä kuvan mukaisesti. Kilpailussa ajetaan jokainen tie täsmälleen kerran. Kilpailu alkaa kaupungista S ja päättyy kaupunkiin Q. Kuinka monta mahdollista reittiä kilpailulle on?



- (A) 10 (B) 8 **(C) 6** (D) 4 (E) 2

Ratkaisu:

Kilpailu voi alkaa kolmella tavalla: SP, SQ tai SR. Kutakin näistä reiteistä voi jatkaa kahdella eri tavalla. Reitit ovat alusta asti laskettuna seuraavat:

SPQSRQ, SPQRSQ, SQPSRQ, SQRSPQ, SRQSPQ ja SRQPSQ.

Vaihtoehto C on siis oikein.

4 pistettä

8.

Triinin korussa on 49 sinistä helmeä ja yksi punainen helmi. Kuinka monta helmeä hänen on poistettava korusta, jotta sen helmistä tasan 90 % olisi sinisiä?

- (A) 4 (B) 10 (C) 29 (D) 39 **(E) 40**



Kenguru 2016 Cadet

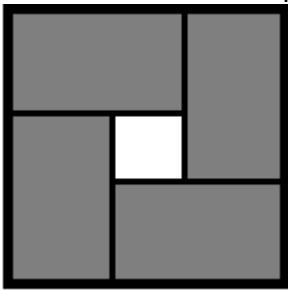
(8. ja 9. luokka)

Ratkaisu:

Ainoa punaista helmeä ei voi poistaa, koska muuten 100 % helmistä olisi sinisiä. On siis poistettava vain sinisiä helmiä. Koska sinisiä helmiä on oltava 90 %, on punaisia helmiä oltava $100\% - 90\% = 10\%$. Koska yhden ainoan helmen on oltava 10 % kaikista korun helmistä, on korussa oltava yhteensä 10 helmeä, joista sinisiä $10 - 1 = 9$. Koska sinisiä helmiä on nyt 49, on niitä poistettava $49 - 9 = 40$. Vaihtoehto E on siis oikein.

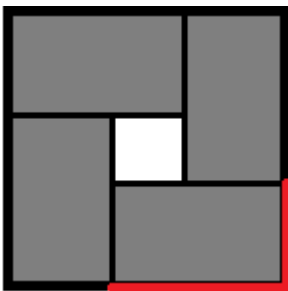
9.

Kuvassa on neljä täsmälleen samanlaista suorakulmiota neliön sisällä. Kunkin suorakulmion piiri on 16 cm. Mikä on neliön piiri?



- (A) 16 cm (B) 20 cm (C) 24 cm (D) 28 cm **(E) 32 cm**

Ratkaisu:



Väritetty osa on neljäsosa neliön piiristä. Toisaalta väritetyn osan pituus on puolet suorakulmion piiristä eli 8 cm. Siis neliön piiri on $4 \cdot 8 \text{ cm} = 32 \text{ cm}$. Vaihtoehto E on oikein.

10.

Kahden köyden pituudet ovat 1 m ja 2 m. Alex leikkaa köydet useisiin paloihin, jotka kaikki ovat yhtä pitkiä. Mikä seuraavista ei voi olla palojen kokonaismäärä?

- (A) 6 **(B) 8** (C) 9 (D) 12 (E) 15



Kenguru 2016 Cadet

(8. ja 9. luokka)

Ratkaisu:

Köysien pituus on yhteensä 3 m. Taulukoidaan vaihtoehtoja.

Palojen kokonaismäärä	Yhden palan pituus (m)
6	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
8	$\frac{3}{8}$
9	$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
12	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
15	$\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

Jos paloja on yhteensä 8, saadaan metrin pituisesta köydestä vain kaksi palaa, ja loppuosa köydestä jää yli. Kaikista paloista ei tällöin tule samanpituisia; lisäksi paloja tulee enemmän kuin kahdeksan.

Kaikissa muissa vaihtoehtoissa jako menee tasan, koska palan pituus on murtoluku, jonka osoittaja on 1. Siis vaihtoehto B on oikein.

Tehtävä ratkeaa nopeammin, jos huomaa, että jokaisesta 1 metrin pituisesta köydestä leikattua palaa kohti on kaksi 2 metrin pituisesta köydestä leikattua palaa. Tämän vuoksi palojen kokonaismäärä on kolmella jaollinen, joten vaihtoehto B on oikein.

11.

Helmer kirjoitti ylös turnauksen puolivälierien, semifinaalien ja finaalin tulokset. Tulokset olivat (ei välttämättä tässä järjestyksessä): Miko voitti Lillin, Aino voitti Erikin, Siiri voitti Jonnen, Siiri voitti Ainon, Aino voitti Mikon, Seth voitti Lisbethin ja Siiri voitti Sethin. Mikä pari pelasi finaalissa?

- (A) Siiri ja Jonne
- (B) Siiri ja Aino**
- (C) Aino ja Miko
- (D) Siiri ja Seth
- (E) Aino ja Erik

Ratkaisu:

Ainoat, jotka pelasivat kolmesti, olivat Aino ja Siiri. He olivat siis finalistieja. Vaihtoehto B on oikein.

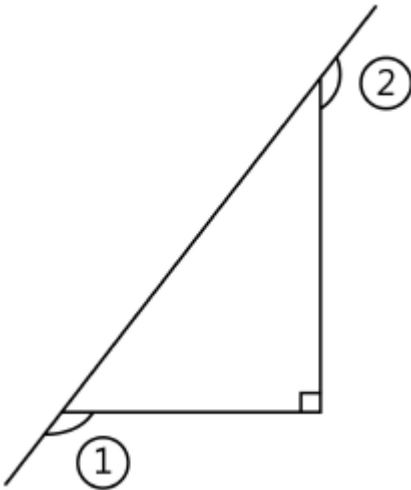


Kenguru 2016 Cadet

(8. ja 9. luokka)

12.

Mikä on kuvaan merkittyjen kahden kulman summa?



(A) 150°

(B) 180°

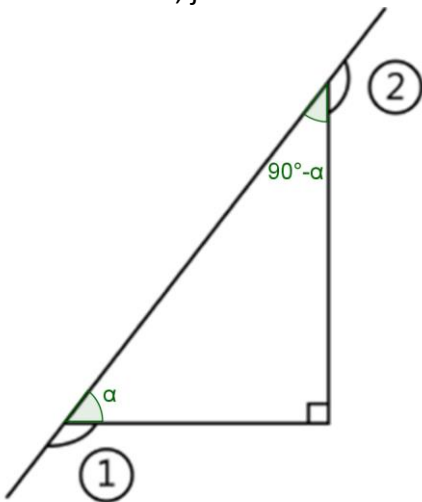
(C) 270°

(D) 320°

(E) 360°

Ratkaisu:

Kulmien 1, 2 ja niiden vieruskulmien summa on 360° . Vieruskulmat ovat suorakulmaisen kolmion teräviä kulmia, joten niiden summa on 90° .



Kulmien 1 ja 2 summa on siis $360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$.

Vaihtoehto C on siis oikein.



Kenguru 2016 Cadet
(8. ja 9. luokka)

13.

Kaksi kengurua, Hyp ja Py, alkavat hyppiä samaan aikaan samasta paikasta samaan suuntaan. Kumpikin hyppää kerran sekunnissa. Jokainen Hypin hyppy on 6 m pitkä. Pyn ensimmäisen hypyn pituus on 1 m, toisen pituus 2 m, kolmannen 3 m ja niin edelleen. Kuinka monen hypyn jälkeen Py saa Hypin kiinni?

- (A) 10 **(B) 11** (C) 12 (D) 13 (E) 14

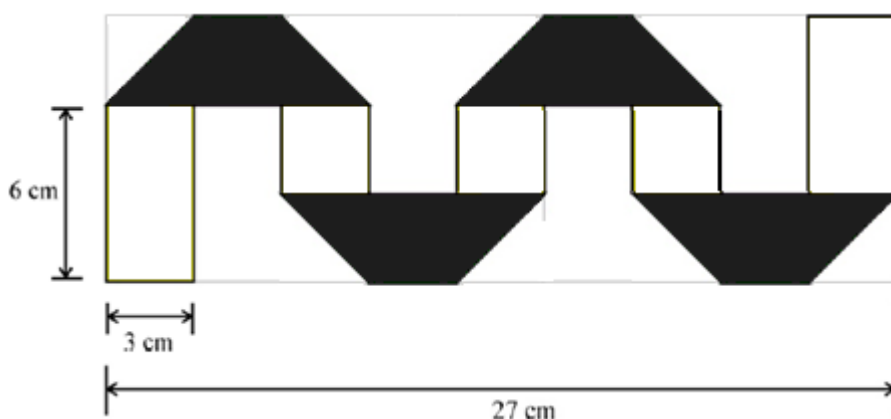
Ratkaisu:

Py jää ensimmäisellä hypyllä jälkeen 5 m, toisella 4 m lisää, kolmannella 3 m lisää, neljännellä 2 m lisää ja viidennellä metrin lisää. Kuudes hyppy on molemmilla yhtä pitkä. Seitsemännellä hypyllä Py ottaa kiinni saman verran kun viidennellä jäi jälkeen, kahdeksannella saman verran kuin neljännellä jäi jälkeen jne. 11. hypyllä Py ottaa kiinni koko etumatkan. Vaihtoehto B on oikein.

Tehtävä voidaan ratkaista myös taulukoimalla:

Hyppyjen määrä	Hypin kulkema matka (m)	Pyn kulkema matka (m)
1	6	1
2	12	1 + 2 = 3
3	18	3 + 3 = 6
4	24	6 + 4 = 10
5	30	10 +
6	36	
...

14.



3 cm leveä suorakulmion muotoinen paperisuikale on toiselta puolelta tumma ja toiselta puolelta valkoinen. Veijo taittaa paperisuikaleen kuvan mukaisesti. Tummat puolisuunnikkaat ovat täsmälleen samanlaisia. Mikä on alkuperäisen paperisuikaleen pituus?

- (A) 36 cm (B) 48 cm (C) 54 cm **(D) 57 cm** (E) 81 cm

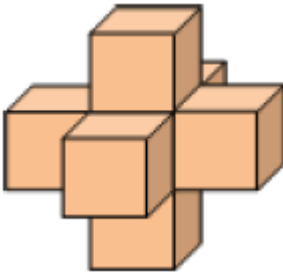


Kenguru 2016 Cadet
(8. ja 9. luokka)

5 pistettä

15.

Seitsemän tavallista noppaa (arpakuutiota) liimataan yhteen kuvan mukaiseksi kappaleeksi. Vastakkain liimatuissa noppien tahkoissa on sama määrä pisteitä. Kuinka monta pistettä on kappaleen pinnalla?



(A) 24

(B) 90

(C) 95

(D) 105

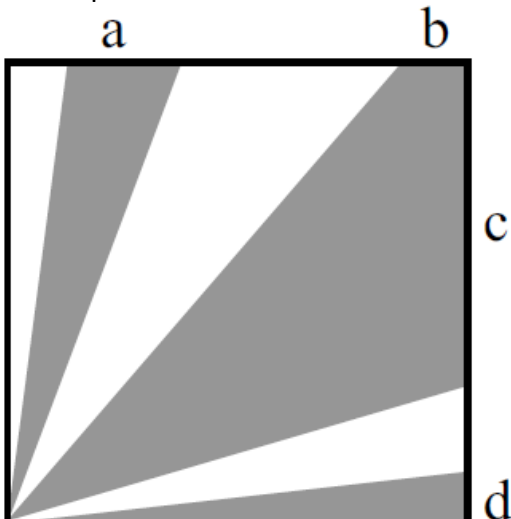
(E) 126

Ratkaisu:

Kussakin arpakuutiossa on yhteensä $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ pistettä. Keskellä oleva arpakuutio on täysin näkymättömissä, joten mikään sen 21 pisteestä ei näy. Jokaiseen keskellä olevan arpakuution tahkoon on liimattu tahko, jossa on saman verran pisteitä kuin keskellä olevan arpakuution tahkossa, joten pisteitä jää näkymättömiin toiset 21 eli toisen arpakuution pisteiden verran. Kaikki muut pisteet ovat näkyvissä. Koska kuutioita on yhteensä 7, jää pisteitä näkyviin viiden arpakuution verran, eli $5 \cdot 21 = 105$. Vaihtoehto D on oikein.

16.

Neliön pinta-ala on 36. Neliön sisällä on tummennettuja alueita kuvan mukaisesti.





Kenguru 2016 Cadet

(8. ja 9. luokka)

Tummennettujen alueiden pinta-ala on yhteensä 27. Mitä on $a + b + c + d$?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 **(D) 9** (E) 10

Ratkaisu:

Neliön sivun pituus on 6, koska $6 \cdot 6 = 36$. Tummennetut alueet ovat kolmioita, joista jokaisen korkeus on 6. Kolmioiden kannat ovat a , b , c ja d . Kolmioiden pinta-alat ovat yhteensä $\frac{6a}{2} + \frac{6b}{2} + \frac{6c}{2} + \frac{6d}{2} = 3a + 3b + 3c + 3d$. Toisaalta kolmioiden yhteispinta-ala on 27, joten $3a + 3b + 3c + 3d = 27$. Jakamalla kolmella saadaan $a + b + c + d = 9$. Vaihtoehto D on oikein.

17.

Ramin kello on 10 minuuttia jäljessä, mutta hän luulee sen olevan 5 minuuttia edellä. Heidin kello on 5 minuuttia edellä, mutta hän luulee sen olevan 10 minuuttia jäljessä. He katsovat kellojaan samalla hetkellä. Rami luulee kellon olevan 12:00. Kuinka paljon Heidi luulee kellon olevan?

- (A) 11:30 (B) 11:45 (C) 12:00 **(D) 12:30** (E) 12:45

Ratkaisu:

Koska Rami luulee kellon olevan 12:00, hänen kellonsa näyttää 12:05. Oikea kellonaika on 10 minuuttia enemmän eli 12:15, joten Heidin kello näyttää 12:20. Heidi luulee siis kellon olevan 12:30. Vaihtoehto D on oikein.

Tapa 2: Rami luulee koko ajan kellon olevan 15 minuuttia vähemmän kuin se oikeasti on. Heidi luulee koko ajan kellon olevan 15 minuuttia vähemmän kuin se oikeasti on. Oikea kellonaika on siis 12:15, ja Heidi luulee kellon olevan 12:30.

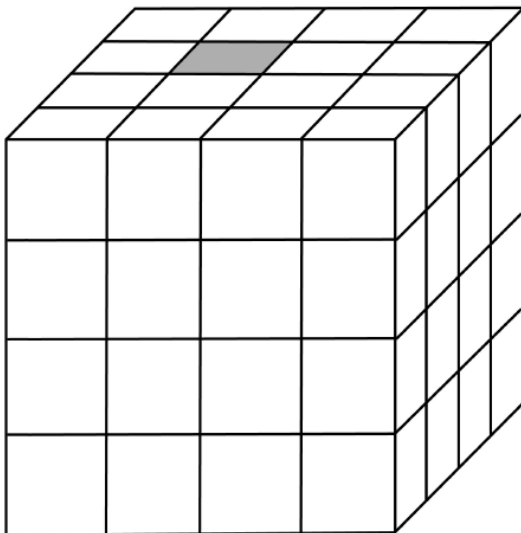


Kenguru 2016 Cadet

(8. ja 9. luokka)

18.

Kuvan kuutio jakautuu 64 pieneen kuutioon, joista täsmälleen yksi on harmaa. Ensimmäisenä päivänä harmaa kuutio muuttaa kaikki naapurikuutiensa harmaaksi. (Kuutiot ovat naapureita, jos niillä on yhteinen tahko.) Seuraavana päivänä jokainen harmaa kuutio tekee tämän saman uudelleen. Kuinka moni kuutioista on harmaa toisen päivän jälkeen?



(A) 11

(B) 13

(C) 15

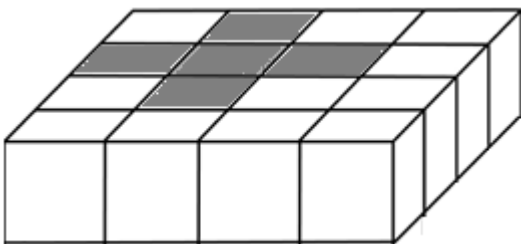
(D) 16

(E) 17

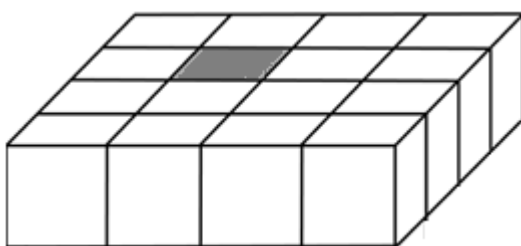
Ratkaisu:

Kuvaan merkityllä harmaalla kuutiolla on viisi naapurikuutiota (sivuilla 4 ja alla 1). Ensimmäisen päivän jälkeen ne kaikki ovat harmaita.

Ylin kerros:



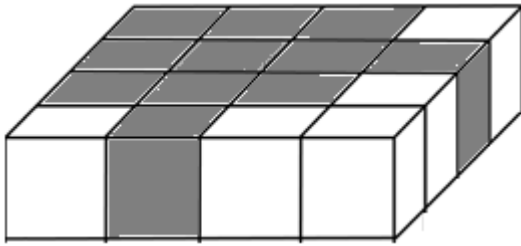
Toiseksi ylin kerros:



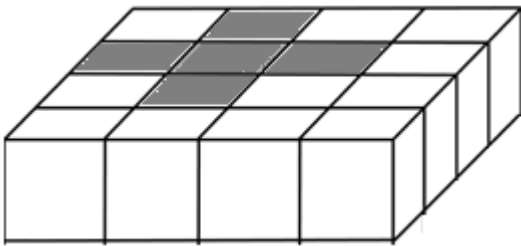
Toisena päivänä sama jatkuu. Ylin kerros:



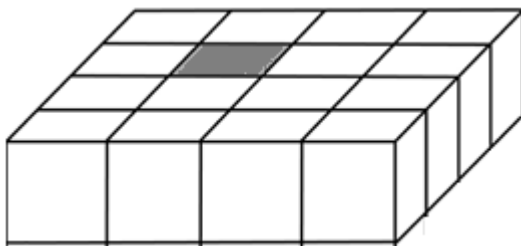
Kenguru 2016 Cadet
(8. ja 9. luokka)



Toiseksi ylin kerros:



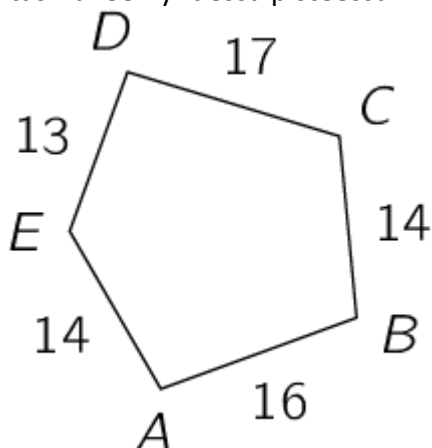
Kolmanneksi ylin kerros:



Harmaita kuutioita on toisen päivän jälkeen yhteensä $11 + 5 + 1 = 17$. Vaihtoehto E on oikein.

19.

Nestori piirtää viisi ympyrää, joiden keskipisteet ovat kuvan viisikulmion kärjet A, B, C, D ja E . Ympyrät, joiden keskipisteet ovat viisikulmion vierekkäisissä kärjissä, koskettavat toisiaan täsmälleen yhdessä pisteessä.



Mikä piste on suurimman ympyrän keskipiste?

(A) A

(B) B

(C) C

(D) D

(E) E43



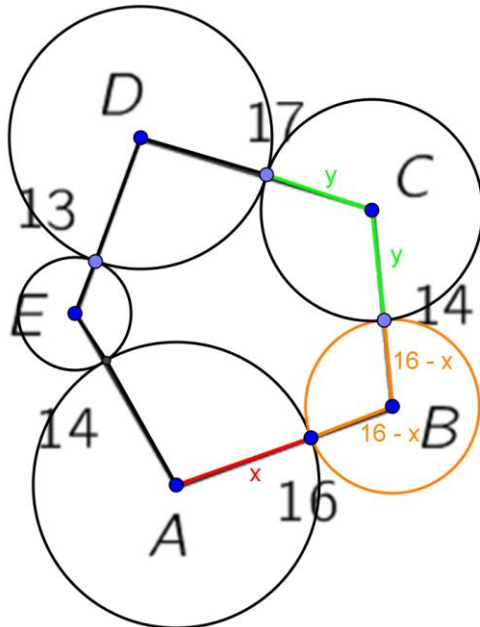
Kenguru 2016 Cadet
(8. ja 9. luokka)

Ratkaisu:

Merkitään A -keskeisen ympyrän sädettä kirjaimella x .

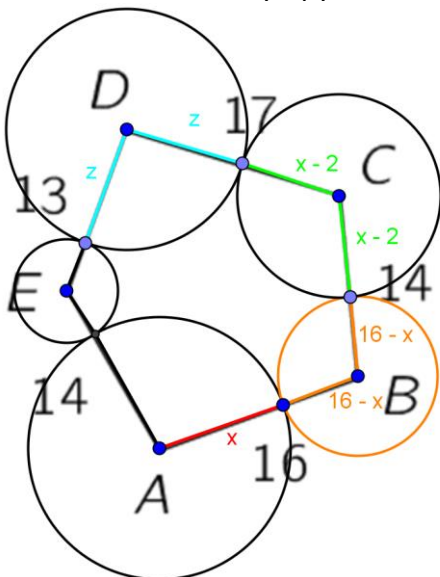
B -keskeisen ympyrän säde on tällöin $16 - x$.

Merkitään C -keskeisen ympyrän sädettä kirjaimella y .



Pisteiden B ja C etäisyys on 14, joten $y = 14 - (16 - x) = x - 2$.

Merkitään D -keskeisen ympyrän sädettä kirjaimella z .



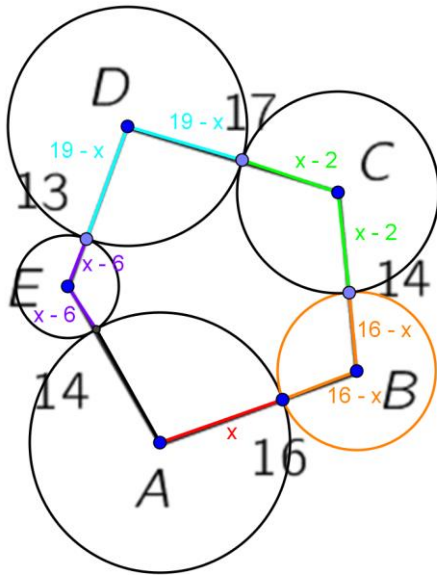
Pisteiden C ja D etäisyys on 17, joten $z = 17 - (x - 2) = 19 - x$.

Vastaavalla tavalla saadaan E -keskeisen ympyrän säteeksi $13 - (19 - x) = x - 6$.



Kenguru 2016 Cadet

(8. ja 9. luokka)



Pisteiden E ja A etäisyys on 14, joten $x - 6 + x = 14$, josta ratkaistaan $x = 10$.

Ympyröiden säteet ovat siis

$$x = 10$$

$$16 - x = 6$$

$$x - 2 = 8$$

$$19 - x = 9$$

$$x - 6 = 4$$

Suurin säde (10) on A -keskeisellä ympyrällä. Vaihtoehto A on siis oikein.

20.

Punahilkka vie vohveleita kolmelle isoäidille. Hänen korinsa on aluksi täynnä vohveleita. Juuri ennen kuin hän menee kunkin isoäidin taloon, iso paha susi syö puolet korissa olevista vohveleista. Kun hän lähtee kolmannen isoäidin luota, hänellä ei ole vohveleita jäljellä. Hän antaa jokaiselle isoäidille yhtä monta vohvelia. Millä seuraavista luvuista Punahilkkan alkuperäinen vohvelien määrä on varmasti jaollinen?

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 7

(E) 9

Ratkaisu:

Merkitään kunkin isoäidin (jotka eivät kaikki välttämättä ole Punahilkkan omia) saamaa vohvelien määrää kirjaimella x .

Kolmas isoäiti sai viimeiset x vohvelia, joten Punahilkkan tullessa kolmannen isoäidin luokse hänellä oli x vohvelia mukanaan. Susi söi siis kolmannen isoäidin pihassa x vohvelia, joten ennen sinne saapumistaan Punahilkalla oli $x + x = 2x$ vohvelia.



Kenguru 2016 Cadet

(8. ja 9. luokka)

Lähtiessään toisen isoäidin luota Punahilkalla oli $2x$ vohvelia. Toinen isoäiti sai x vohvelia, joten ennen toiselle isoäidille menemistään Punahilkalla oli $3x$ vohvelia. Susi söi siis toisen isoäidin pihassa $3x$ vohvelia, joten ennen sinne saapumistaan Punahilkalla oli $3x + 3x = 6x$ vohvelia.

Lähtiessään ensimmäisen isoäidin luota Punahilkalla oli $6x$ vohvelia. Ensimmäinen isoäiti sai x vohvelia, joten Punahilkan tullessa ensimmäisen isoäidin luokse hänelle oli $6x + x = 7x$ vohvelia. Susi söi siis ensimmäisen isoäidin pihassa $7x$ vohvelia, joten ennen sinne saapumistaan Punahilkalla oli $7x + 7x = 14x$ vohvelia. Alkuperäinen vohvelien määrä on siis luvun 14 monikerta. Vaihtoehto D on oikein.

21.

Junassa on viisi vaunua, joista jokaisessa on vähintään yksi matkustaja. Kahta matkustajaa kutsutaan naapureiksi, jos he ovat samassa vaunussa tai peräkkäisissä vaunuissa. Jokaisella matkustajalla on joko täsmälleen 5 tai täsmälleen 10 naapuria. Kuinka monta matkustajaa junassa on?

(A) 13

(B) 15

(C) 17

(D) 20

(E) On enemmän kuin yksi mahdollisuus.

Ratkaisu:

Merkitään vaunuja numeroilla 1-5.

1	2	3	4	5

Vaunuissa 1 ja 5 istuvilla on vähemmän naapureita kuin vaunuissa 2 ja 4 istuvilla, joten vaunujen 2 ja 4 matkustajilla on 10 naapuria ja vaunujen 1 ja 5 matkustajilla 5 naapuria.

1	2	3	4	5
jokaisella matkustajalla 5 naapuria	jokaisella matkustajalla 10 naapuria	tämän vaunun matkustajista ei sanota vielä mitään	jokaisella matkustajalla 10 naapuria	jokaisella matkustajalla 5 naapuria

Koska vaunun 2 matkustajilla on 5 naapuria enemmän kuin vaunun 1 matkustajilla, niin vaunussa 3 on viisi matkustajaa.

Koska vaunun 1 matkustajilla on 5 naapuria, on vaunuissa 1 ja 2 yhteensä $5 + 1 = 6$ matkustajaa. Sama koskee vaunuja 4 ja 5.

1	2	3	4	5
yhteensä 6 matkustajaa		5 matkustajaa		yhteensä 6 matkustajaa

Matkustajia on siis yhteensä $6 + 5 + 6 = 17$. Vaihtoehto C on oikein.