



Kenguru 2015 Cadet

Ratkaisut

NIMI _____

LUOKKA _____

Pisteet: _____ Kenguruloikan pituus: _____

Irrota tämä vastauslomake tehtävämonisteesta. Merkitse tehtävän numeron alle valitsemasi vastausvaihtoehto. Väärästä vastauksesta saat miinus pisteitä $\frac{1}{4}$ tehtävän pistemäärästä, siis esimerkiksi 4 pisteen tehtävästä -1 piste. Tyhjästä ruudusta ei anneta miinus pisteitä.

TEHTÄVÄ	1	2	3	4	5	6	7
VASTAUS	B	B	E	A	E	A	C

TEHTÄVÄ	8	9	10	11	12	13	14
VASTAUS	B	B	C	B	A	E	D

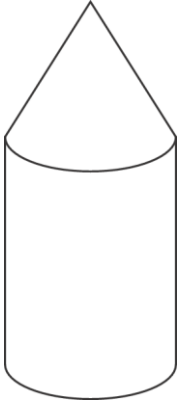
TEHTÄVÄ	15	16	17	18	19	20	21
VASTAUS	C	E	B	A	E	D	D



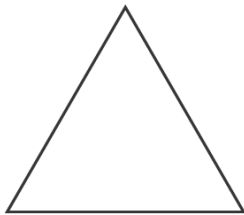
3 pistettä

1.

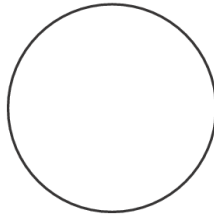
Miltä pyöreä torni näyttää ylhäältä päin?



(A)



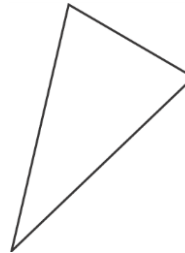
(B)



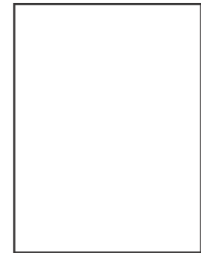
(C)



(D)



(E)



Ratkaisu:

Pyöreä torni näyttää pyöreältä, joten vaihtoehto B on oikein.

2.

Geralla on 9 karkkia ja Rubenilla 17 karkkia. Kuinka monta karkkia Rubenin on annettava Geralle, jotta molemmilla olisi yhtä monta karkkia?

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7

Ratkaisu:

Rubenilla on 8 karkkia enemmän, joten hänen on annettava Geralle puolet kahdeksasta eli 4 karkkia. Siis vaihtoehto B on oikein.



Kenguru 2015 Cadet

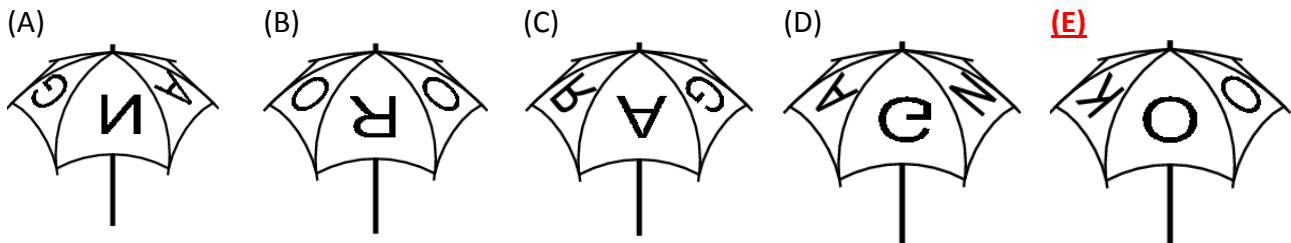
Ratkaisut

3.

Sateenvarjossani lukee päällä KANGAROO kuvan mukaisesti.



Mikä seuraavista kuvista esittää sateenvarjoani?



Ratkaisu:

Vastaus on helpompi nähdä, kun paperin kääntää ylösalaisin. Vaihtoehdossa E on sanan KANGAROO loppu ja alku. Muissa vaihtoehdoissa kirjaimet ovat väärässä järjestyksessä tai osa kirjaimista on peilikuvia.

4.

Matka Košicesta Popradiin Prešovoin kautta kestää 130 minuuttia. Matka Košicesta Prešoviin kestää 35 minuuttia. Kuinka kauan kestää matka Prešovista Popradiin?

(A) 95 minuuttia (B) 105 minuuttia (C) 115 minuuttia (D) 165 minuuttia (E) 175 minuuttia

Ratkaisu:

Matka kestää 130 minuuttia – 35 minuuttia = 95 minuuttia. Siis vaihtoehto A on oikein.

5.

Mikä seuraavista on lähimpänä lukua $2,015 \cdot 510,2$?

(A) 0,1 (B) 1 (C) 10 (D) 100 (E) 1 000

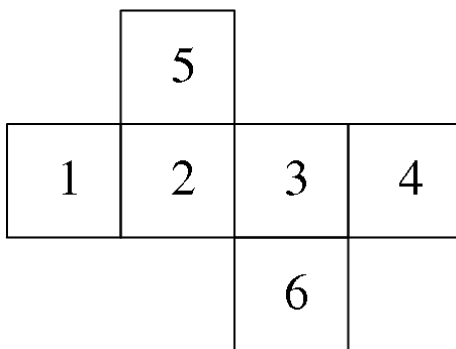


Ratkaisu:

$2,015 \cdot 510,2 \approx 2 \cdot 500 = 1\,000$. Siis vaihtoehto E on oikein.

6.

Pahvista tehty kuutio on kierretty auki kuvan mukaisesti.



Bahar laskee vastakkaisilla tahkoilla olleiden lukujen summat. Mitkä kolme summaa hän saa?

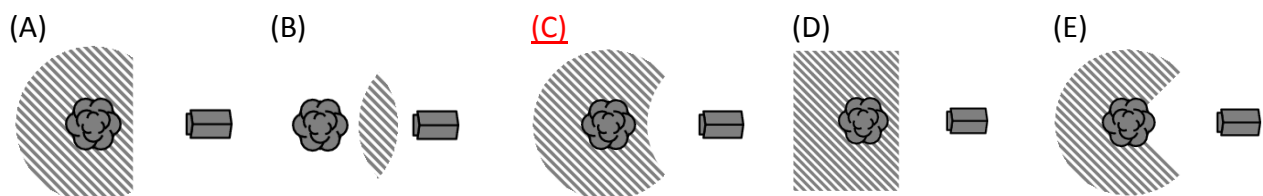
- (A) 4, 6, 11 (B) 4, 5, 12 (C) 5, 6, 10 (D) 5, 7, 9 (E) 5, 8, 8

Ratkaisu:

1 ja 3 ovat toisiaan vastapäätä, samoin 2 ja 4 sekä 5 ja 6. Summat ovat siis $1 + 3 = 4$, $2 + 4 = 6$ ja $5 + 6 = 11$. Siis vaihtoehto A on oikein.

7.

Kun Kurre-orava tulee alas puusta maahan, hän ei koskaan mene viittä metriä kauemmaksi puustaan. Hän myös pysyy aina vähintään viiden metrin päässä koirankopista. Mikä seuraavista kuvista esittää tarkimmin aluetta, jolla Kurre voi liikkua?



Ratkaisu:

Koska Kurre ei mene viittä metriä kauemmaksi puustaan, hän liikkuu vain ympyrässä, jonka keskipisteessä puu kasvaa.

Koska Kurre pysyy vähintään viiden metrin päässä koirankopista, hän ei liiku ympyrässä, jonka keskipisteessä on koirankoppi.



Kun poistetaan edellisestä ympyrästä se alue, joka kuuluu jälkimmäiseen ympyrään, saadaan alue, jolla Kurre liikkuu. Vaihtoehto C on siis oikein.

4 pistettä

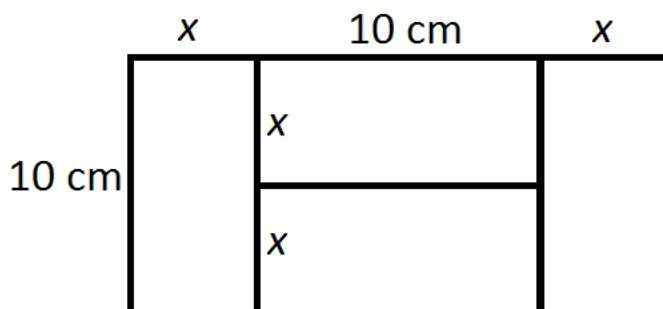
8.

Neljä täsmälleen samanlaista pientä suorakulmiota muodostaa yhdessä ison suorakulmion kuvan mukaisesti. Ison suorakulmion lyhyempi sivu on 10 cm pitkä. Kuinka pitkä on ison suorakulmion pidempi sivu?



- (A) 10 cm **(B) 20 cm** (C) 30 cm (D) 40 cm (E) 50 cm

Ratkaisu:



Pienen suorakulmion lyhyempi sivu on senttimetreinä $x = \frac{10}{2} = 5$, joten pidempi sivu on $10 + 2 \cdot 5 = 20$. Siis vaihtoehto B on oikein.

9.

Erään luokan oppilaista ketkään kaksi poikaa eivät ole syntyneet samana viikoppäivänä, eivätkä ketkään kaksi tyttöä ole syntyneet samassa kuussa. Jos luokalle tulisi kuka tahansa uusi tyttö tai poika, niin jompikumpi edellisistä ei olisi enää totta. Kuinka monta oppilasta luokalla on?

- (A) 18 **(B) 19** (C) 20 (D) 24 (E) 25

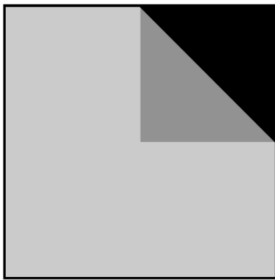


Ratkaisu:

Poikia on yhtä monta kuin viikonpäiviä ja tyttöjä yhtä monta kuin kuukausia, eli oppilaita on yhteensä $7 + 12 = 19$. Siis vaihtoehto B on oikein.

10.

Yahya taittaa neliön kärjen neliön keskipisteeseen, jolloin muodostuu viisikulmio.



Viisikulmion ja neliön pinta-alat ovat peräkkäisiä kokonaislukuja. Mikä on neliön pinta-ala?

- (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16 (E) 32

Ratkaisu:

Taitetun osan pinta-ala on kahdeksasosa neliön pinta-alasta.

Toisaalta, koska viisikulmion ja neliön pinta-alat ovat peräkkäisiä kokonaislukuja, niin viisikulmion pinta-ala on yhtä pienempi kuin neliön. Siten taitetun osan pinta-ala on 1.

Edellisten perusteella 1 on kahdeksasosa neliön pinta-alasta, joten neliön pinta-ala on 8. Siis vaihtoehto C on oikein.

11.

Piippolan vaarilla on 10 ankkaa. Viisi ankoista munii yhden munan päivässä. Loput 5 ankkaa munivat kukin yhden munan joka toinen päivä. Kuinka monta munaa 10 ankkaa munii 10 päivässä?

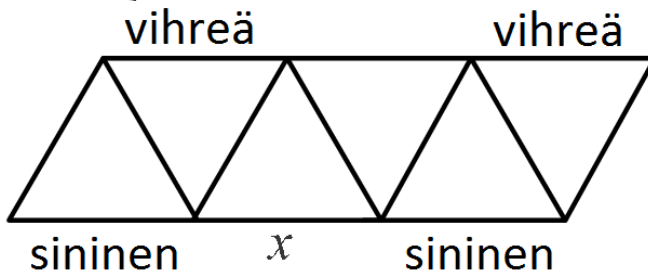
- (A) 100 (B) 75 (C) 50 (D) 25 (E) 10

Ratkaisu:

Kanat munivat joka toinen päivä 5 ja joka toinen päivä 10 munaa, joten ne munivat kahdessa päivässä 15 munaa ja 10 päivässä $5 \cdot 15 = 75$ munaa. Siis vaihtoehto B on oikein.

12.

Kuvio koostuu kolmioista, joiden sivuista osa on väritetty valmiiksi kuvan mukaisesti.

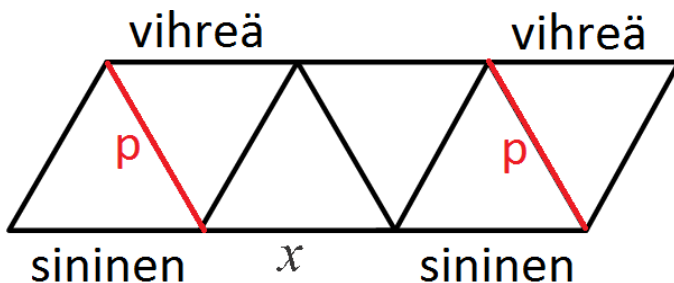


Kafu haluaa värittää jokaisen jäljellä olevan sivun punaiseksi, siniseksi tai vihreäksi. Jokaisella kolmiolla on oltava yksi sivu jokaista väriä. Millä värillä Kafu voi värittää sivun, jota on merkitty kirjaimella x ?

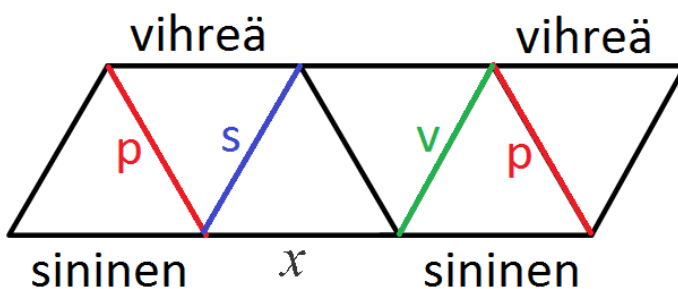
- (A) vain vihreällä
- (B) vain punaisella
- (C) vain sinisellä
- (D) joko punaisella tai sinisellä
- (E) värittäminen on mahdotonta

Ratkaisu:

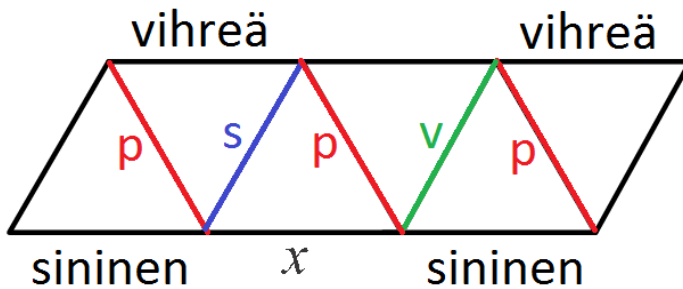
Reunimmaisten kolmioiden sisemmät sivut voidaan värittää vain punaisiksi.



Vasemmalta katsottuna toisen kolmion viimeisen sivun on oltava sininen ja neljännen kolmion viimeisen sivun vihreä.



Keskelle jää sivu, jonka on oltava punainen.



Kirjaimella x merkityn sivun on oltava vihreä. Vaihtoehto A on siis oikein.

13.

Pensaassa on 10 oksaa. Joka oksassa on joko vain viisi lehteä tai kaksi lehteä ja yksi kukka.



Mikä seuraavista voi olla pensaassa lehtien kokonaismäärä?

- (A) 45 (B) 39 (C) 37 (D) 31 (E) ei mikään edellisistä

Ratkaisu:

Jos pensaassa on vain kaksilehtisiä oksia, on lehtiä yhteensä 20. Kun yksi kaksilehtinen oksa vaihtuu viisilehtiseen, lehtiä tulee kolme lisää. Mahdolliset lehtien määrät ovat siis 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47 ja 50. Mikään vaihtoehdoissa mainituista määristä ei näin ollen ole mahdollinen, joten vastaus E on oikein.

14.

Myrskyn aikana 15 litraa vettä satoi neliometriä kohti. Kuinka paljon ulkona olevan uima-altaan vesi nousi?

- (A) 150 cm (B) 0,15 cm (C) 15 cm (D) 1,5 cm (E) riippuu altaan koosta

Ratkaisu:

Vesi nousi joka kohdassa yhtä paljon, joten voidaan tutkia aluetta, jonka pinta-ala on 1 neliometri. Alueen päälle tuli vesipatsas, joka on muodoltaan suora lieriö. Koska lieriön tilavuus on

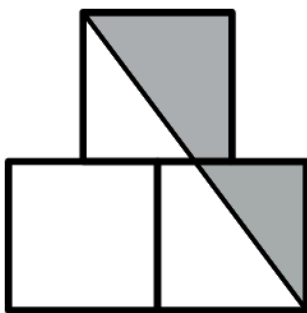


15 litraa = $15 \text{ dm}^3 = 15\,000 \text{ cm}^3$ ja pohjan pinta-ala $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$, on korkeus senttimetreinä $\frac{15\,000}{10\,000} = 1,5$. Siis vaihtoehto D on oikein.

5 pistettä

15.

Kuvassa ylhäällä olevan neliön keskipiste on suoraan kahden alapuolella olevan neliön yhteisen särmän yläpuolella.



Jokaisen neliön sivun pituus on 1. Mikä on tummennetun alueen pinta-ala?

(A) $\frac{3}{4}$

(B) $\frac{7}{8}$

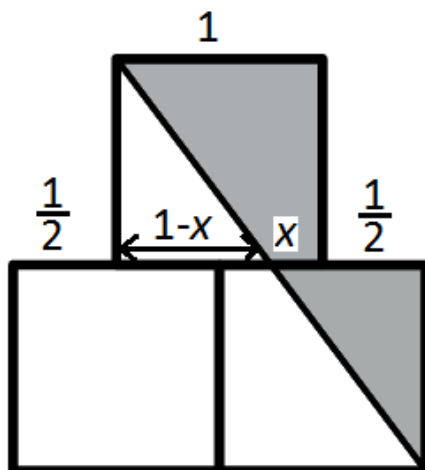
(C) 1

(D) $1\frac{1}{4}$

(E) $1\frac{1}{2}$

Ratkaisu:

Koska ylhäällä olevan neliö on sivusuunnassa keskellä, näyttää tilanne tältä.



Samasta syystä alemman tummennetun kolmion kanta on puolet puolestatoista:

$$x + \frac{1}{2} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

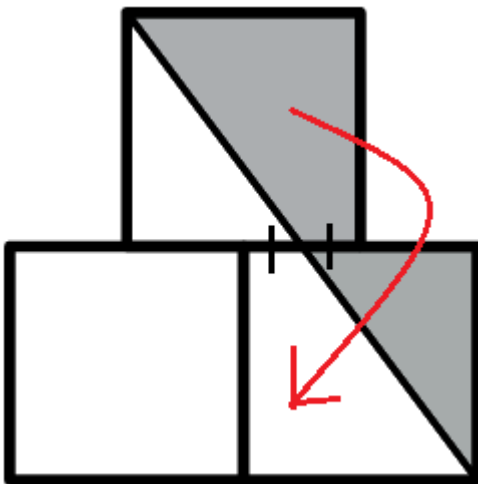


joten $x = \frac{1}{4}$. Tällöin tummennetun alueen ala on tummennetun kolmion alan ja tummennetun puolisuunnikkaan alan summa eli

$$\frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot 1}{2} + \frac{1 + \frac{1}{4}}{2} \cdot 1 = \frac{\frac{3}{4}}{2} + \frac{1\frac{1}{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Vaihtoehto C on siis oikein.

Lyhyempi ratkaisu:



Päällimmäisen neliön väritetty osa ja alla oikealla olevan neliön valkea osa ovat yhteneviä puolisuunnikkaita. Siirtämällä ylempi osa alas nähdään, että väritetty ala on 1.

16.

Petteri ja Eino söivät 2 015 pähkinää pilkkomatta yhtään pähkinää. Mikä seuraavista on mahdotonta?

- (A) Petteri söi 25 pähkinää enemmän kuin Eino.
- (B) Petteri söi 44 pähkinää enemmän kuin Eino.
- (C) Petteri söi 4 kertaa niin paljon pähkinöitä kuin Eino.
- (D) Petteri söi 3 kertaa niin paljon pähkinöitä kuin Eino.
- (E)** Ainakin kaksi edellisistä.

Ratkaisu:

On mahdollista, että Eino söi 995 ja Petteri 1 020 pähkinää, joten väite A on mahdollinen.



Kenguru 2015 Cadet

Ratkaisut

Jos Petteri söi 44 pähkinää enemmän kuin Eino, niin joko molemmat söivät parittoman määrän pähkinöitä tai molemmat söivät parillisen määrän pähkinöitä. Molemmissa tapauksissa pähkinöiden kokonaismäärä olisi ollut parillinen, mikä on mahdotonta. Siis väite B on mahdoton.

Jos Petteri söi 4 kertaa niin paljon pähkinöitä kuin Eino, niin Eino söi viidesosan ja Petteri neljä viidesosaa pähkinöistä. Tämä on mahdollista, sillä pähkinöiden kokonaismäärä 2 015 on viidellä jaollinen. Väite C on siis mahdollinen.

Jos Petteri söi 3 kertaa niin paljon pähkinöitä kuin Eino, niin Eino söi neljäsosan ja Petteri kolme neljäsosaa pähkinöistä. Pähkinöiden kokonaismäärä 2 015 ei kuitenkaan ole neljällä jaollinen, joten tämä on mahdotonta. Väite D on siis mahdoton.

Koska väitteet B ja D ovat mahdottomia, on oikea vastaus E.

17.

Opettaja kysyi viideltä oppilaaltaan, kuinka moni heistä oli opiskellut edellisenä päivänä. Hatice sanoi "ei kukaan", Valentin sanoi "vain yksi", Nali sanoi "täsmälleen kaksi", Robin sanoi "täsmälleen kolme", Daniil sanoi "täsmälleen neljä". Opettaja tiesi, että ne oppilaat, jotka eivät opiskelleet, valehtelivat, kun taas ne jotka olivat opiskelleet, puhuivat totta. Kuinka moni oppilaista oli opiskellut edellisenä päivänä?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Ratkaisu:

Kaikki sanoivat eri määrän, joten korkeintaan yksi oppilas voi puhua totta. Siten korkeintaan yksi opiskeli edellisenä päivänä.

Jos Hatice puhui totta, niin kukaan ei opiskellut, joten kaikki valehtelivat, siis myös Hatice valehteli, mikä on ristiriidassa sen kanssa, että Hatice puhui totta. Siten vähintään yksi opiskeli edellisenä päivänä.

Koska korkeintaan yksi ja vähintään yksi opiskeli edellisenä päivänä, niin täsmälleen yksi opiskeli edellisenä päivänä. Siis vaihtoehto B on oikein.

18.

Kengurulauman kaksi kevyintä kengurua painaa 25 % ja kolme raskainta 60 % lauman kokonaispainosta. Kuinka monta kengurua laumassa on?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 15 (E) 20

**Ratkaisu:**

”Keskiraskaiden” kenguruiden paino on $100\% - 25\% - 60\% = 15\%$ koko ryhmän painosta.

Kahden kevyimmän keskimääräinen paino on $25\% : 2 = 12,5\%$ koko ryhmän painosta.

Jos keskiraskaita kenguruita olisi enemmän kuin 1, niin niiden keskimääräinen paino olisi alle $15\% : 2 = 7,5\%$ koko ryhmän painosta, eli ne olisivat keskimäärin kevyempiä kuin lauman kevyimmät kengurut, mikä on mahdotonta. Siis keskiraskaita kenguruita on 1, ja kenguruita yhteensä $2 + 3 + 1 = 6$. Vaihtoehto A on siis oikein.

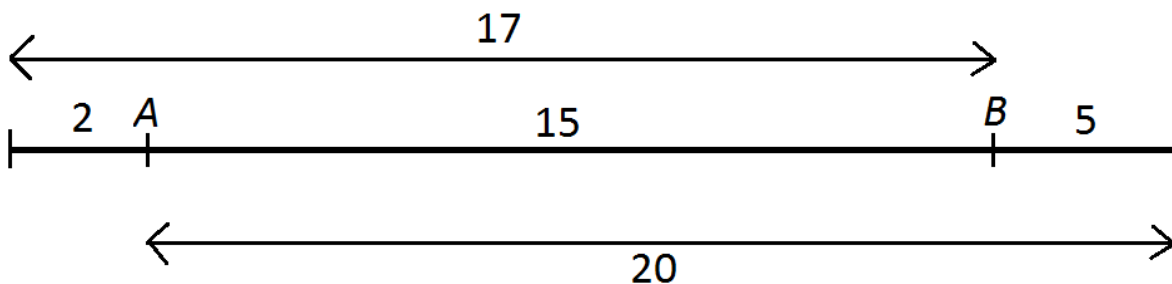
19.

Viisi pistettä on samalla suoralla. Miko mittaa kaikki mahdolliset kahden pisteen väliset etäisyydet. Pienimmästä suurimpaan nuo etäisyydet ovat 2, 5, 6, 8, 9, k , 15, 17, 20 ja 22. Mikä luku on k ?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

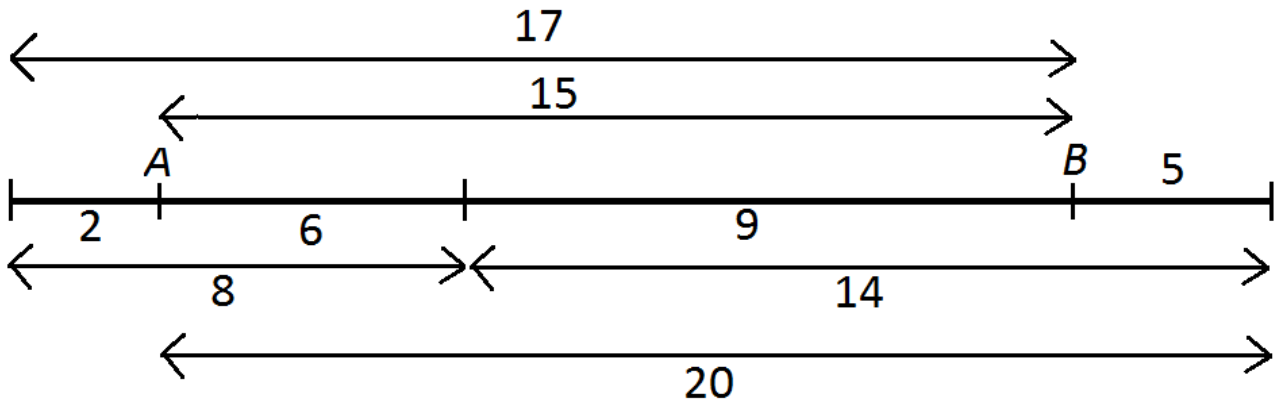
Ratkaisu:

Suurin etäisyys on 22, joten kaikki pisteet ovat janalla, jonka pituus on 22. Toiseksi suurimmat etäisyydet ovat 20 ja 17. Näiden kahden etäisyyden täytyy olla päätepisteiden ja päätepisteistä katsottuna lähimpien tai kaukaisimpien pisteiden etäisyyksiä.



Etäisyydet 2 ja 20 ovat yhteensä 22, samoin 5 ja 17. Keskelle jäävän janan AB pituus on $17 - 2 = 15$. Pisteet A ja B eivät voi olla samassa päässä janaa, sillä silloin niiden etäisyys olisi 3, joka ei ole listassa.

Nyt pienin käyttämättä jäänyt etäisyys on 6. Jos jana, jonka pituus on 6, erotettaisiin muualta kuin janasta AB joko pisteestä A tai pisteestä B alkaen, syntyisi jana, jonka pituus on alle 6, eli kaikki etäisyydet eivät olisi listassa. Siten jana, jonka pituus on 6, on erotettava janasta AB joko pisteestä A tai pisteestä B alkaen. Pisteestä B alkaen erottaminen ei onnistu, sillä muodostuisi jana, jonka pituus on 11, eikä luku 11 ole etäisyyksien listassa. On siis tehtävä seuraavasti:



Siis $k = 14$, eli vaihtoehto E on oikein.

Lyhyempi ratkaisu:

Pisteet ovat janalla, jonka pituus on pisin etäisyys eli 22. Tämä jana sisältää pienempiä janoja, jotka peräkkäin asetettuna muodostavat tämän 22:n pituisen janan. Siten kaikkien mahdollisten etäisyyksien on oltava sellaisia, että niistä muodostuu summia, joiden arvo on 22. Ainoa tällainen summa, jossa luku 8 esiintyy, on $5 + 9 + 8 = 22$. Siten janojen, joiden pituudet ovat 5, 8, ja 9, on oltava peräkkäin jossain järjestyksessä. Jos 5:n ja 8:n pituiset janat olisivat peräkkäin, olisi listassa oltava myös luku 13, mitä siellä ei kuitenkaan ole. Siis 5:n ja 9:n pituiset janat ovat peräkkäin, joten myös 14:n pituinen jana on yksi janoista. Siis $k = 14$, eli vaihtoehto E on oikein.

20.

Jokainen positiivinen kokonaisluku on väritettävä seuraavan kolmen säännön mukaan.

- (i) Jokainen luku on joko punainen tai vihreä.
- (ii) Jos kaksi eri lukua on punaisia, niin niiden summa on punainen.
- (iii) Jos kaksi eri lukua on vihreitä, niin niiden summa on vihreä.

Kuinka monella tavalla Triinu voi värittää luvut?

- (A) 0
- (B) 2
- (C) 4
- (D) 6**
- (E) useammalla kuin kuudella

Ratkaisu:

Jos sekä luku 1 että luku 2 ovat punaisia, niin kaikki muutkin luvut ovat punaisia: $2 + 1 = 3$ on punainen, $3 + 1 = 4$ on punainen, $4 + 1 = 5$ on punainen jne. Sama pätee vihreälle. Siis jos 1 ja 2 ovat samanvärisiä, niin kaikki luvut ovat samanvärisiä.

Luku 1 voidaan värittää punaiseksi ja kaikki muut luvut vihreiksi. Lukua 1 ei voi muodostaa lukujen 2, 3, 4, ... summana, joten tässä ei ole ristiriitaa. Vastaavasti luku 1 voidaan värittää vihreäksi ja kaikki muut luvut punaisiksi.

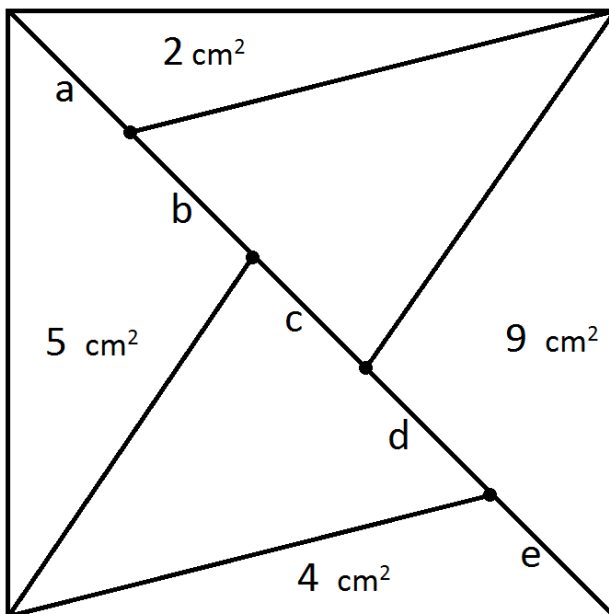


Koska lukua 2 ei voida muodostaa lukujen 1, 3, 4, ... summana (lukua 1 ei saa käyttää kahdesti samassa summassa), niin voidaan värittää luku 2 kummalla tahansa värillä ja loput eri värillä kuin luku 2.

Tutkitaan vielä se mahdollisuus, että luvut 1 ja 2 ovat erivärisiä, ja sekä punaisia että vihreitä lukuja on enemmän kuin yksi. Oletetaan esimerkiksi, että luku 1 on punainen ja luku 2 vihreä. (Ei ole väliä, kummin päin valitaan.) Lisäksi luku $m > 2$ on punainen ja luku $n > 2$ vihreä. Kuten edellä, luvut $m + 1, m + 1 + 1, m + 1 + 1 + 1, \dots$ eli kaikki lukua m suuremmat luvut ovat nyt punaisia. Toisaalta luvut $n + 2, n + 2 + 2, n + 2 + 2, \dots$ eli kaikki lukua n suuremmat parilliset/parittomat luvut (parilliset jos n on parillinen, parittomat jos n on pariton) ja ovat vihreitä. Siis ne parilliset/parittomat luvut, jotka ovat sekä lukua m että lukua n suurempia, ovat sekä punaisia että vihreitä, mikä on mahdotonta. Siis edellä olevien kuuden tavan lisäksi muita tapoja ei ole, joten vaihtoehto D on oikein.

21.

Neliö, jonka pinta-ala on 30 cm^2 , jaetaan kahteen osaan lävistäjällä ja sitten kolmioihin kuvan mukaisesti.



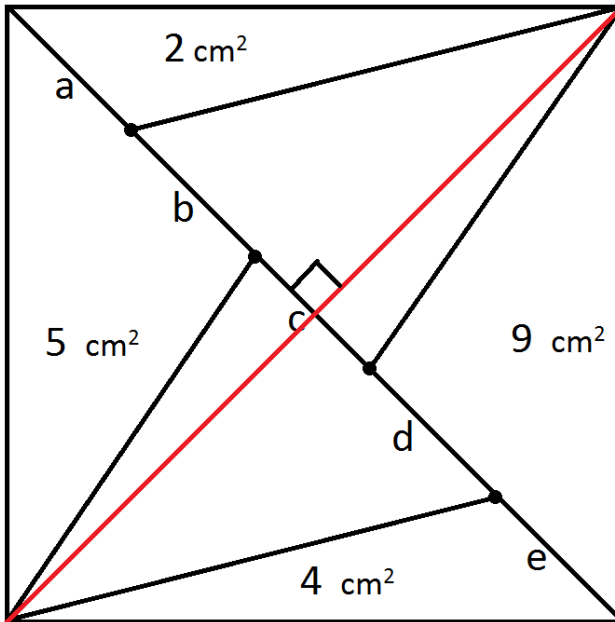
Joidenkin kolmioiden pinta-alat on kerrottu kuvassa. Mikä lävistäjän osista on pisin?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

Ratkaisu:



Jokaisella kuudella kolmiolla (kannat $a, b + c, d + e, a + b, c + d, e$) on sama korkeus, puolet neliön lävistäjästä.

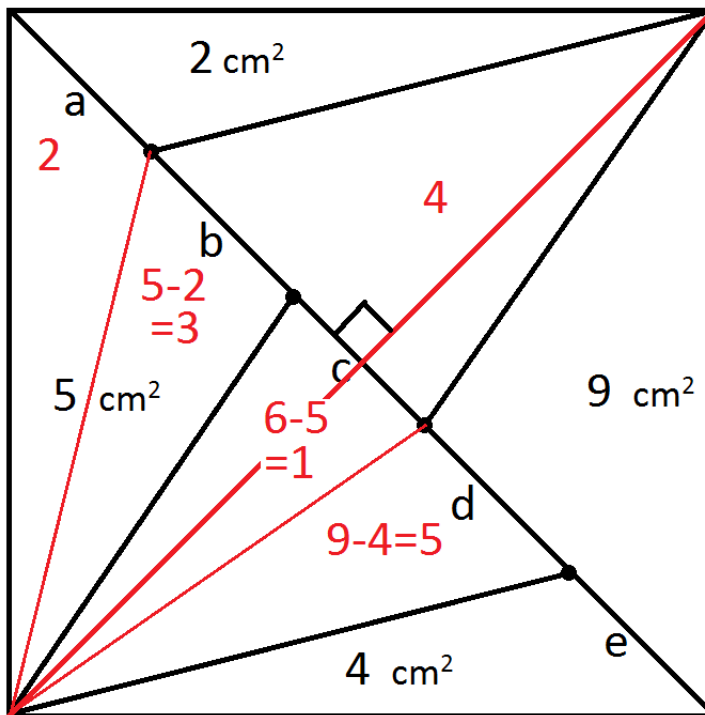


Koska korkeus on kaikilla kolmioilla sama, kanta on suurin sillä kolmiolla, jolla on suurin pinta-ala. Neliön puolikkaan pinta-ala on 15 cm^2 , joten kaksi puuttuvaa alaa on

$$15 \text{ cm}^2 - (2 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2) = 4 \text{ cm}^2 \text{ (kolmiolle, jonka kanta on } b + c)$$

ja

$$15 \text{ cm}^2 - (5 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2) = 6 \text{ cm}^2 \text{ (kolmiolle, jonka kanta on } c + d)$$



Kolmioista, joiden kannat ovat a , b , c , d ja e , suurin ala on sillä, jonka kanta on d , joten d on myös pisin janoista. Vaihtoehto D on siis oikein.