

Kenguru 2015 Benjamin

(6. ja 7. luokka)

NIMI _____

LUOKKA _____

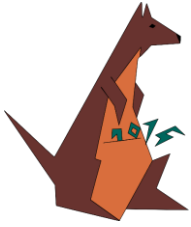
Pisteet: _____ Kenguruloikan pituus: _____

Irrota tämä vastauslomake tehtävämönisteesta. Merkitse tehtävän numeron alle valitsemasi vastausvaihtoehto. Väärästä vastauksesta saat miinus pisteitä $\frac{1}{4}$ tehtävän pistemäärästä, siis esimerkiksi 4 pisteen tehtävästä -1 piste. Tyhjistä ruudusta ei anneta miinus pisteitä.

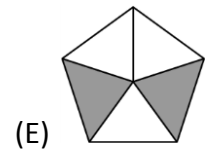
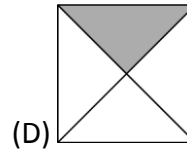
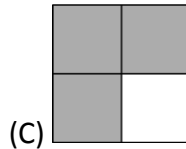
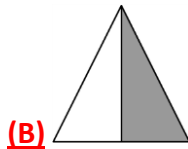
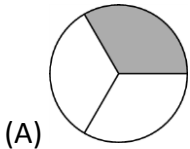
TEHTÄVÄ	1	2	3	4	5	6	7
VASTAUS	B	C	C	E	A	D	C

TEHTÄVÄ	8	9	10	11	12	13	14
VASTAUS	C	B	A	E	E	A	D

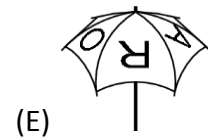
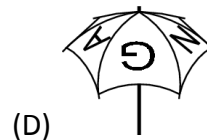
TEHTÄVÄ	15	16	17	18	19	20	21
VASTAUS	C	D	B	A	D	B	E

**3 pistettä****1.**

Mikä kuvioista on puoliksi harmaa?

**2.**

Harrin sateenvarjon päälle on kirjoitettu KANGAROO, kuten kuvasta näkyy. Mikä seuraavista kuvista ei esitä Harrin sateenvarjoa?

**Ratkaisu:**

Kuvassa C ei näy kirjain R, vaan sen peilikuva.

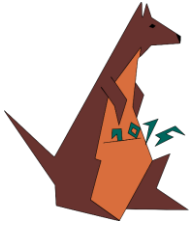
3.

Jenna kävelee puolet koulumatkastaan puolesta tunnista. Kuinka kauan Jennalta kestää kävellä koulusta kotiin?

- (A) 15 minuuttia (B) puoli tuntia **(C) 1 tunti** (D) 45 minuuttia (E) 40 minuuttia

Ratkaisu:

Koska puolet Jennan koulumatkasta vie puoli tuntia, vie toinen puoli yhtä paljon.



4.

Mikä seuraavista murtoluvuista on pienempi kuin 2?

(A) $\frac{19}{8}$

(B) $\frac{20}{9}$

(C) $\frac{21}{10}$

(D) $\frac{22}{11}$

(E) $\frac{23}{12}$

Ratkaisu:

Esittämällä luku 2 vaihtoehtojen A – E kanssa samannimisinä murtolukuina huomataan, että ainoastaan vaihtoehdon E osoittaja on pienempi:

$$2 = \frac{16}{8} < \frac{19}{8}$$

$$2 = \frac{18}{9} < \frac{20}{9}$$

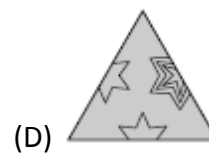
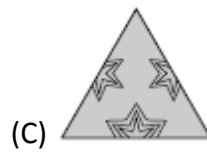
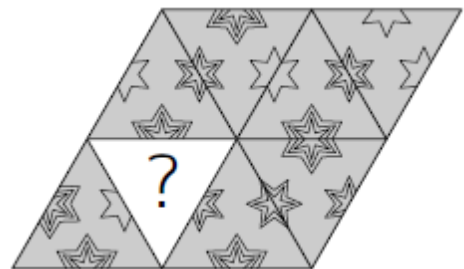
$$2 = \frac{20}{10} < \frac{21}{10}$$

$$2 = \frac{22}{11}$$

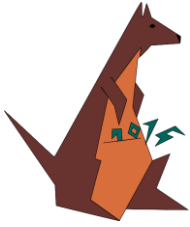
$$2 = \frac{24}{12} > \frac{23}{12}$$

5.

Mikä on puuttuva palanen?

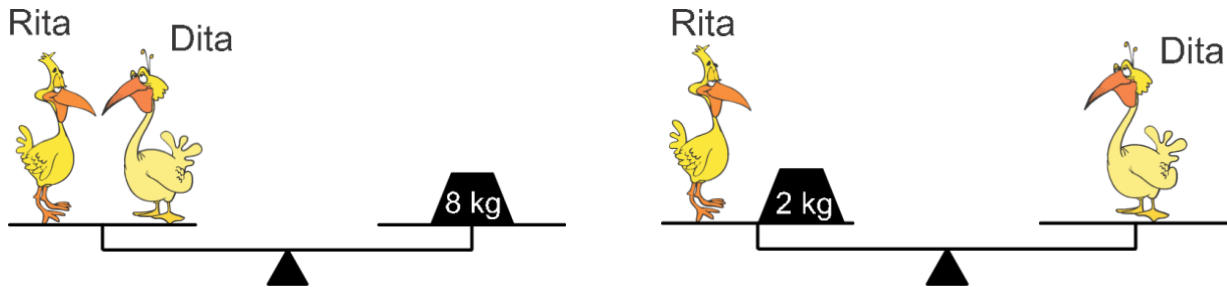
**Ratkaisu:**

Puuttuvassa palasessa täytyy olla osa kaikkia kolmea erilaista tähteä (= ääriiviivat, iso tähti ja pieni tähti) siten, että myötapäivään ne ovat järjestyksessä ääriiviivat → iso tähti → pieni tähti. Kohdan a palanen on ainoa jossa näin on.



6.

Kuinka paljon Dita painaa?



(A) 2 kg

(B) 3 kg

(C) 4 kg

(D) 5 kg

(E) 6 kg

Ratkaisu:

Oikeanpuoleisesta kuvasta huomataan, että Dita painaa 2 kg enemmän kuin Rita.

Siispä Dita voitaisiin korvata vasemmanpuoleisessa kuvassa Ritalla ja 2 kg:n punnuksella.

Jos merkitään x = Ritan paino, niin saadaan, että $x + x + 2 \text{ kg} = 8 \text{ kg}$, joten $x + x = 6 \text{ kg}$.Näin ollen $x = 3 \text{ kg}$ eli Rita painaa 3 kg. Koska Dita on 2 kg Ritaa painavampi, niin saadaan Ditan painoksi $3 \text{ kg} + 2 \text{ kg} = 5 \text{ kg}$. Siispä vaihtoehto D on oikein.

7.

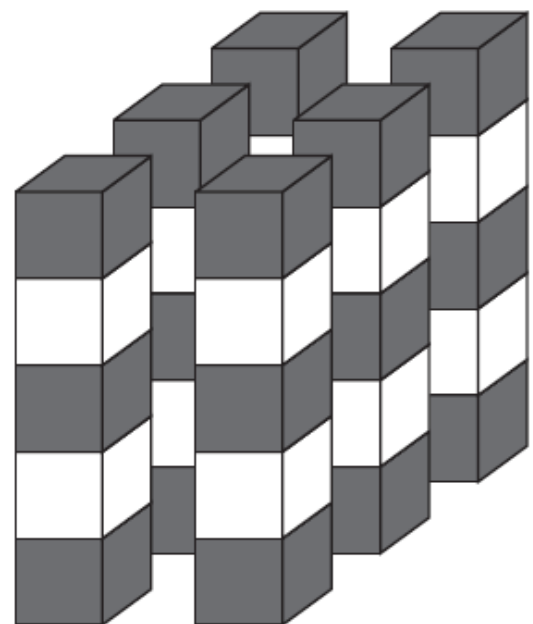
Valkoisista ja harmaista kuutioista rakennetaan kuusi

tornia, kuten kuvassa. Jokaisessa tornissa on viisi

kuutioita. Samanväriset kuutiot eivät kosketa toisiaan.

Kuinka monta valkoista kuutiota torneissa on

yhteensä?



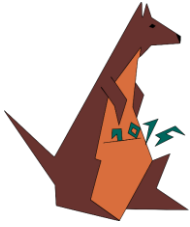
(A) 10

(B) 11

(C) 12

(D) 18

(E) 30



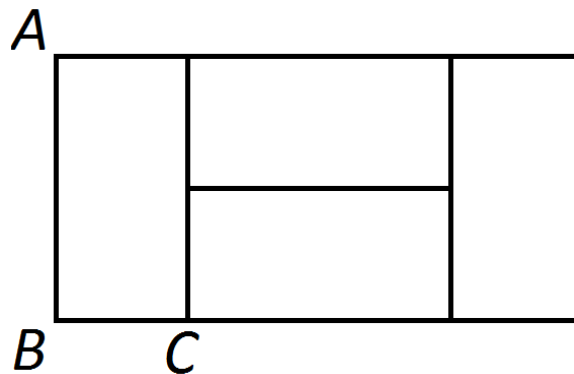
Ratkaisu:

Koska päällimmäisin kuutio on jokaisessa tornissa harmaa, on jokaisessa tornissa oltava kaksi valkoista kuutiota kokonaan näkyvien tornien tapaan. Siten valkoisia kuutioita on $6 \cdot 2 = 12$.

4 pistettä

8.

Kuvassa näkyvä suorakulmio muodostuu neljästä täsmälleen samanlaisesta suorakulmiosta. Jos janan BC pituus on 1 cm, niin kuinka pitkä on jana AB ?



(A) 4 cm

(B) 3 cm

(C) 2 cm

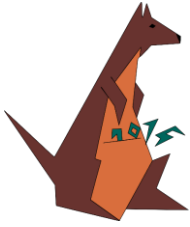
(D) 1 cm

(E) 0,5 cm

Ratkaisu:

Koska kaikki neljä suorakulmiota ovat samanlaisia, niin niiden pidemmän sivun pituuden on oltava puolet lyhyemmän sivun pituudesta (jana AB on samanpituihin kahden päällekkäin asetetun lyhyemmän sivun kanssa). Tällöin jana AB on kaksi kertaa janan BC pituinen, eli 2 cm.





Kenguru 2015 Benjamin

(6. ja 7. luokka)

9.

Piippolan vaarilla on 10 ankkaa. Viisi ankoista munii yhden munan päivässä. Loput 5 ankkaa munivat kukin yhden munan joka toinen päivä. Kuinka monta munaa nämä 10 ankkaa munivat 10 päivässä?

(A) 100

(B) 75

(C) 50

(D) 25

(E) 10

Ratkaisu:

Kanat munivat joka toinen päivä 5 ja joka toinen päivä 10 munaa, joten ne munivat kahdessa päivässä 15 munaa ja 10 päivässä $5 \cdot 15 = 75$ munaa. Siis vaihtoehto B on oikein.

10.

Konstan pihalla on kahdenlaisia kasveja. Toisissa on 5 lehteä, ja toisissa 2 lehteä ja 1 kukka.

Yhteensä kasveilla on 6 kukkaa ja 32 lehteä.

Kuinka monta kasvia pihalla on yhteensä?



(A) 10

(B) 12

(C) 13

(D) 15

(E) 16

Ratkaisu:

Koska pihan kasveilla on 6 kukkaa, sisältyy 32 lehteen myös näiden kukallisten kasvien lehdet eli $2 \cdot 6 = 12$ lehteä. Loput $32 - 12 = 20$ lehteä ovat siis kasveissa, joissa ei ole kukkia, vaan 5 lehteä. Kukallisten kuuden kasvin lisäksi kasveja on siis $20 : 5 = 4$.

Kasveja on siis yhteensä $6 + 4 = 10$, joten vaihtoehto A on oikein.

11.

Heidillä on kauppakassissaan 3 vihreää omenaa, 5 keltaista omenaa, 7 vihreää päärynää ja 2 keltaista päärynää. Heidi nostaa hedelmiä kassista pöydälle yhden hedelmän kerrallaan sattumanvaraisessa järjestyksessä. Kuinka monta hedelmää Heidin pitää nostaa kassista saadakseen varmasti samanvärisen omenan ja päärynän?

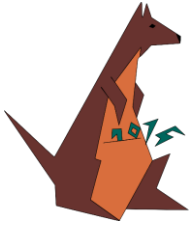
(A) 9

(B) 10

(C) 11

(D) 12

(E) 13



Kenguru 2015 Benjamin

(6. ja 7. luokka)

Ratkaisu:

On mahdollista, että ensimmäisellä 12 nostolla kassista nostetaan ainoastaan keltaiset omenat ja vihreät päärynät (5 keltaista omenaa ja 7 vihreää päärynää). Siksi nostoja tarvitaan vähintään $12 + 1 = 13$.

12.

Maiju kirjoittaa joka päivä päivämäärän ylös ja laskee yhteen päivämäärässä esiintyvien numeroiden summan. Esimerkiksi maaliskuun 19. päivänä hän kirjoittaa 19.03 ja laskee $1 + 9 + 0 + 3 = 13$. Mikä on suurin summa, jonka Maiju laskee vuoden aikana?

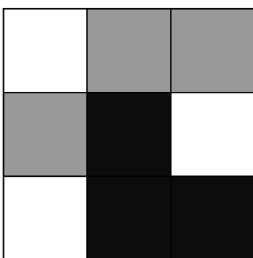
- (A) 7 (B) 13 (C) 14 (D) 16 **(E) 20**

Ratkaisu:

Suurin kuukauden päivistä saatava summa on $2 + 9 = 11$. Kuukausista suurimman summan taas tuottaa syyskuu: $0 + 9 = 9$. Siispä suurimman summan Maiju saa syyskuun 29. päivänä: 29.09 eli $2 + 9 + 0 + 9 = 20$.

13.

Sami väritti 9 neliötä mustaksi, harmaaksi tai valkoiseksi, kuten kuvassa. Kuinka monta neliötä Samin pitää vähintään värittää uudestaan samoilla väreillä, jotta millään samanvärisillä neliöillä ei ole yhteistä sivua?

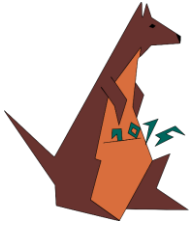


- (A) 2** (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Ratkaisu:

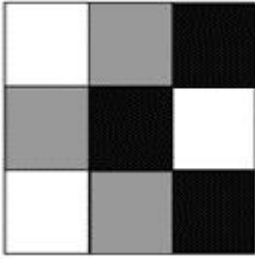
Vierekkäisistä samanvärisistä ruuduista vähintään yksi on väritettävä, joten ylärivillä olevista kahdesta harmaasta vähintään toinen on väritettävä, ja mustista ruuduista ainakin yksi on väritettävä. Siten ainakin kaksi ruutua on väritettävä.

Kaksi ruutua myös riittää. Väritys onnistuu ainakin värittämällä alarivin keskimäinen ruutu harmaaksi ja oikean ylänurkan ruutu mustaksi:



Kenguru 2015 Benjamin

(6. ja 7. luokka)



14.

Hyppykadulla on 9 taloa rivissä. Jokaisessa talossa asuu vähintään yksi henkilö. Missä tahansa kahdessa vierekkäisessä naapuritalossa asuu aina yhteensä enintään 6 ihmistä. Mikä on suurin määrä ihmisiä, joka Hyppykadulla voi asua?

(A) 23

(B) 25

(C) 27

(D) 29

(E) 31

Ratkaisu:

Jotta kahdessa vierekkäisessä talossa asuisi suurin mahdollinen määrä ihmisiä (6), voisi niissä asua eri järjestyksessä joko 3 + 3, 4 + 2 tai 5 + 1 henkilöä. Koska taloja on pariton määrä, niin vuorottelemalla talojen asukasmäärää em. vaihtoehdoilla voi kadun eri päiden taloissa asua yhtä monta asukasta. Valitsemalla kadun päiden taloihin mahdollisimman suuret asukasmäärät, saadaan kadun suuri mahdollinen asukasmäärä: $5 + 1 + 5 + 1 + 5 + 1 + 5 + 1 + 5 = 29$.

Tätä suurempi asukasmäärä olisi mahdollinen vain, mikäli jossakin taloista asuisi 6 henkilöä, mikä on mahdotonta, sillä tällöin naapuritalossa ei voisi asua yhtään ihmistä.

5 pistettä

15.

Sara ja hänen äitinsä ovat molemmat syntyneet tammikuussa. Tänään maaliskuun 19. päivänä 2015 Sara laskee yhteen oman syntymävuotensa, äitinsä syntymävuoden, oman ikänsä ja äitinsä iän. Minkä hän saa vastaukseksi?

(A) 4015

(B) 4020

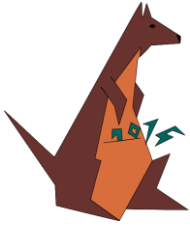
(C) 4030

(D) 4032

(E) 4045

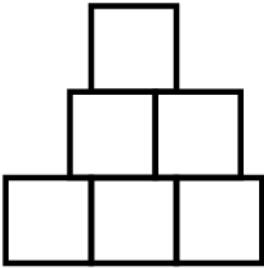
Ratkaisu:

Koska molemmilla on ollut tänä vuonna jo syntymäpäivä, niin kummankin syntymävuoden ja iän summan on oltava 2015: kun ikä on x , niin syntymävuosi on $2015 - x$, jolloin syntymävuoden ja iän summa on $(2015 - x) + x = 2015 - x + x = 2015$. Siispä yhteensä näiden summa on 4030.



16.

Tommi asetteli 6 neliön muotoista laattaa, joiden sivun pituus on 1, pöydälle kuvan osoittamalla tavalla. Kuinka suuri on koko kuvion piirin pituus?



(A) 9

(B) 10

(C) 11

(D) 12

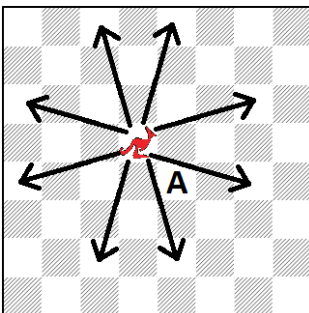
(E) 13

Ratkaisu:

Kuvion piiri koostuu vaakasuorista ja pystysuorista janoista. Pystysuorien janojen summa on 6, sillä sekä oikealla että vasemmalla on 3 pystysuoraa neliön sivua. Kuvion alimmainen vaakasuora jana taas on kolmen ruudun sivun mittainen eli 3 ja ylimmäinen vastaavasti 1. Koska keskimmäiset neliöt seisovat kokonaan alimman kolmen neliön päällä, on toiseksi alimman tason vaakasuorien janojen yhteismitta $3 - 2 = 1$. Vastaavasti toiseksi ylimmän tason vaakasuorien janojen yhteismitta on $2 - 1 = 1$. Näin ollen koko piirin pituus on $6 + 3 + 1 + 1 + 1 = 12$.

17.

Shakkikerhossa keksittiin uusi nappula: kenguru. Se liikkuu hyppimällä joko 3 ruutua pystysuoraan ja 1 ruudun sivulle, tai 3 ruutua sivusuunnassa ja 1 ruudun pystysuoraan, kuten kuvassa on esitetty. Mikä on pienin määrä siirtoja, joilla kenguru pääsee nykyisestä ruudustaan ruutuun A?



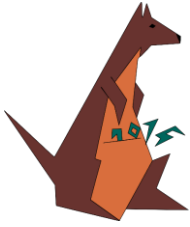
(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) 6



Kenguru 2015 Benjamin

(6. ja 7. luokka)

Ratkaisu:

Kenguru pääsee nykyisestä sijainnistaan ruutuun A kolmella siirrolla esimerkiksi liikkumalla ensin 3 ruutua alas ja 1 ruutu vasemmalle, sitten 3 oikealle ja 1 alas, ja lopuksi 3 ruutua ylös ja 1 vasemmalle. Tämä on myös pienin määrä siirtoja, sillä päästäkseen nuolten osoittamista ensimmäisen siirron jälkeen mahdollisista ruuduista ruutuun A, olisi kengurun kyettävä liikkumaan parillinen määrä (0, 2 tai 4 ruutua) sekä pysty- että vaakasuuntaan, mikä ei kuitenkaan ole mahdollista, sillä kenguru liikkuu vain 1 tai 3 ruutua pystyyn tai vaakaan kullakin siirrolla. (Vaihtoehtoisesti voidaan nuolet ruutuun A siirtämällä havaita, ettei yksikään nuoli osoita samaan ruutuun kuin alkuperäiset nuolet.)

18.

Sofia osti 3 lelua. Ensimmäisestä lelusta hän maksoi puolet rahoistaan sekä 1 euron lisää. Toisesta lelusta hän maksoi puolet jäljellä olevista rahoistaan ja vielä 2 euroa päälle. Kolmas lelu maksoi 3 euroa enemmän kuin puolet Sofian jäljellä olevista rahoista, jonka jälkeen hän oli käyttänyt kaikki rahansa. Kuinka paljon Sofialla oli rahaa alun perin?

- (A) 34 euroa (B) 36 euroa (C) 45 euroa (D) 65 euroa (E) 100 euroa

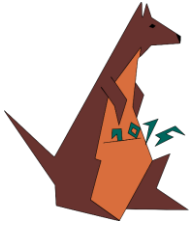
Ratkaisu:

Koska Sofia käytti viimeiseen leluun kaikki jäljellä olevat rahansa, josta puolet oli 3 euroa, oli hänellä rahaa kahden lelun ostamisen jälkeen jäljellä 6 euroa. Tämä oli 2 euroa vähemmän kuin puolet ensimmäisen lelun jälkeen jäljellä olevista rahoista, joten ensimmäisen leluostoksen jälkeen rahaa oli jäljellä $2 \cdot (6 + 2) = 16$ euroa. Edelleen tämä oli 1 euron enemmän kuin puolet Sofialla alun perin olleista rahoista. Näin ollen rahaa oli alussa $2 \cdot (16 + 1) = 34$ euroa. (Lelut maksoivat siten 18 euroa, 10 euroa ja 6 euroa.)

19.

Eräessä pelissä piilotetaan 3 kengurua seitsemään vierekkäiseen laatikkoon. Yhteen laatikkoon mahtuu vain yksi kenguru, eikä yksikään kenguruista ole toisen kengurun kanssa vierekkäisessä laatikossa. Kuinka monella tavalla kengurut voidaan laatikkoihin piilottaa?





Kenguru 2015 Benjamin

(6. ja 7. luokka)

(A) 7

(B) 8

(C) 9

(D) 10

(E) 11

Ratkaisu:

Koska kolmesta kengurusta jokin on aina vasemmanpuoleisin, voidaan käydä läpi eri tapaukset vasemmanpuoleisimman kengurun sijaintia tarkastelemalla. Asetetaan ensin kenguru ensimmäiseen ruutuun vasemmalta katsottuna ja tutkitaan miten muut kengurut voidaan asettaa sen oikealle puolelle. Nyt voidaan tarkastella keskimmäisen kengurun sijaintia. Asettamalla ensin toinen kenguru mahdollisimman vasempaan laitaan, on jäljellä enää kolmannen kengurun sijoittaminen. Muuttamalla yksi kerrallaan keskimmäisen kengurun sijaintia vasemmalta oikealle saadaan siten kaikki mahdollisuudet, joissa vasemmanpuoleisin kenguru on ensimmäisessä ruudussa vasemmalta katsottuna.

1	2	3	4	5	6	7
x		x		x		
x		x			x	
x		x				x
x			x		x	
x			x			x
x				x		x

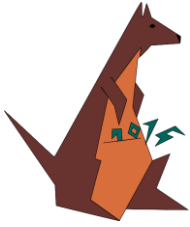
Tämän jälkeen siirretään ensimmäinen kenguru toiseen ruutuun vasemmalta katsottuna ja toistetaan edellä kuvattu tarkastelu keskimmäisen kengurun suhteen.

	x		x		x	
	x		x			x
	x			x		x

Näin jatketaan kunnes ollaan käyty kaikki vasemmanpuoleisimman kengurun sijoittelut ensimmäisestä kolmanteen ruutuun.

		x		x		x
--	--	---	--	---	--	---

Huomataan, että riittää käydä läpi ensimmäisen kengurun paikoiksi ruudut 1 – 3, sillä ei ole mahdollista, että vasemmanpuoleisin kenguru olisi neljännessä ruudussa tai sitä oikeammalla, sillä keskimmäistä ja oikeanpuolimmaista kengurua ei voitaisi sijoittaa sallitulla tavalla (= tarpeeksi kauas toisistaan).



Kenguru 2015 Benjamin

(6. ja 7. luokka)

20.

Junassa on jokaisessa vaunussa keskenään yhtä monta hyttiä. Exausé istuu 7. vaunussa ja 50. hytissä veturista katsottuna. Kuinka monta hyttiä jokaisessa vaunussa on?

(A) 7

(B) 8

(C) 9

(D) 10

(E) 12

Ratkaisu:

Koska Exausé istuu 7. vaunussa ja häntä ennen on 49 hyttiä, on yhdessä vaunussa hyttejä vähintään $\frac{49}{6} = 8\frac{1}{6}$ pyöristettynä alaspäin eli 8. Jos yhdessä vaunussa olisi 9 hyttiä tai enemmän, niin kuudessa ensimmäisessä vaunussa olisi vähintään 54 hyttiä, joten Exausé ei voisi istua seitsemännessä vaunussa. Siten hyttejä on 8 vaunua kohti.

21.

Neljä pistettä on samalla suoralla. Henna mittaa kaikki mahdolliset kahden pisteen väliset etäisyydet. Pienimmästä suurimpaan nuo etäisyydet ovat 2, 3, k , 11, 12 ja 14. Mikä luku on k ?

(A) 5

(B) 6

(C) 7

(D) 8

(E) 9

Ratkaisu:

Pisin etäisyys kahden pisteen välillä on 14, joten kaikkien pisteiden tulee sijaita janalla, jonka pituus on 14. Toisaalta, koska kahden pisteen etäisyys on lyhimmillään 2 ja toiseksi suurin etäisyys pisteiden välillä on 12, täytyy kolmannen pisteen jakaa jana suhteessa 2:12. Samoin neljäs piste jakaa janan suhteessa 3:11. Koska pisteiden välinen etäisyys on vähintään 2, on kolmannen ja neljännen pisteen oltava janan eri päissä (sillä muuten niiden välinen etäisyys olisi 1!). Näin ollen toiseksi uloimpien pisteiden välinen etäisyys on $14 - 2 - 3 = 9$.