

Ville Tilvis  
Maunulan yhteiskoulu ja Helsingin matematiikkalukio  
Avoin CC BY 4.0 lisenssi © ⓘ



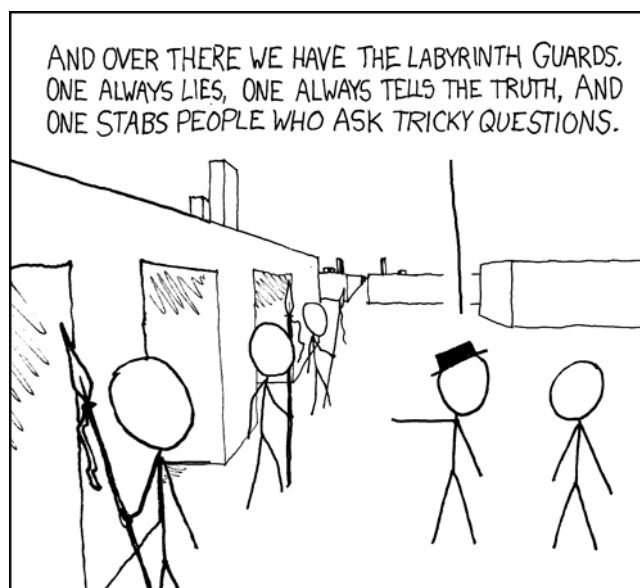
## Kelmit ja ritarit

Valehteluun liittyvät pulmat ovat viehättäneet ihmiskuntaa pitkään. Varhaisena mainintana Eubulides Miletoslaisen (300-luku eaa) kerrotaan keksineen valehtelijan paradoksin: ”Minä valehtelen nyt.” Onko väite tosi vai ei?

Klassinen logiikkapulmien teema on ympäristö, jossa osa ihmisistä puhuu aina totta ja osa valehtelee aina. Nämä pulmat kehitti huippunsa loogikko Raymond Smullyan mainiossa kirjassaan *Mikä tämän kirjan nimi on?* vuodelta 1978 [6]. Kirja kertoo kelmien ja ritarien saaresta, jonka jokainen asukas on joko kelmi tai ritari. Ritarit puhuvat vai tosia lauseita ja kelmit vain epätosia lauseita. (Alkukielellä nämä roolit ovat ”Knight” ja ”Knaive”, Hannele Salmisen suomennoksessa ”rehti” ja ”retku”, tässä ritarit ja kelmit.)

Tällaisia logiikkapulmia on toki kerrottu aiemminkin, esimerkiksi tehtävän 1 on julkaissut Maurice Kraitchik vuonna 1942 [4] ja tienristeykseen liittyvän tehtävän 10 Martin Gardner vuonna 1957 [3].

Tienristeystehtävän 10 valitettavan mahdoton variantti esiintyy seuraavassa Randall Munroen xkcd-sarjakuvassa vuodelta 2007.



xkcd 246 [5]

## Tehtäviä kelmien ja ritarien saarelta

**Tehtävä 1.** Tapaat kelmien ja ritarien saarella kolme saaren asukasta, Annan, Bellan ja Camillan.

Kysyt Annalta: "Oletko kelmi vai ritari?". Valitettavasti et kuule vastausta.

Bella auttaa: "Anna sanoi olevansa ritari."

Camilla: "Ei, Anna sanoi olevansa kelmi."

Mitä voit päätellä Annasta, Bellasta ja Camillasta?

**Tehtävä 2.** Teet kelmien ja ritarien saarella vierailun koululuokkaan, jossa on 20 oppilasta. Kysyt, montako kelmiä luokalla on. Ensimmäinen oppilas vastaa "yksi", toinen "kaksi" ja niin edelleen, kunnes viimeinen sanoo "kaksikymmentä". Montako kelmiä luokalla on?

**Tehtävä 3.** Tapaat kelmien ja ritarien saarella kaksi sisarusta, joista toinen sanoo: "Olemme molemmat kelmejä!" Mitä tyyppiä sisarukset ovat?

**Tehtävä 4.** Miksi toinen sisaruksista tehtävässä 3 ei voinut sanoa: "Minä olen kelmi. Sisarukseni on myös kelmi."?

**Tehtävä 5.** Kahdesta sisaruksesta toinen sanoo: "Ainakin toinen meistä on kelmi." Mitä tyyppiä sisarukset ovat?

**Tehtävä 6. Kelmit, ritarit ja normaalit.** Toisinaan kolmien ja ritarien saarella vierailee myös normaaleja ihmisiä, jotka puhuvat totta tai valehtelevat mielensä mukaan. Tapaat kolme henkilöä, joista yksi on normaali, yksi ritari ja yksi kelmi. He sanovat:

Ari: "Minä olen normaali."

Boris: "Se on totta."

Carl: "Minä en ole normaali"

Kuka on mitäkin tyyppiä?

**Tehtävä 7. Leirinuotio.** Kelmien ja ritarien saaren jokainen asukas on joko kelmi (joka valehtelee aina) tai ritari (joka puhuu aina totta). Tutkiessasi saarta tapaavat seitsemän sen asukasta istumassa leirinuotion ympärillä. Heistä jokainen sanoo "Istun kahden kelmin välissä!" Kuinka monta kelmiä nuotio ääressä on?

**Tehtävä 8. Suuri pöytä.** Kelmien ja ritarien saarella asuu 2017 ihmistä, jotka kaikki ovat joko kelmejä tai ritareita. Ritari puhuvat aina totta; kelmit valehtelevat aina. Eräänä iltana yli tuhat saaren asukasta istui valtavan pyöreän pöydän ääressä. Jokainen heistä sanoi: 'Vieressäni istuvista henkilöistä toinen on kelmi ja toinen ritari.' Kuinka monta ritaria saarella korkeintaan on?

**Tehtävä 9. Eripituiset veljekset.** Tapaat kelmien ja ritarien saarella saarella asuvat veljekset, ja kysyin heistä pidemmältä, olivatko he molemmat ritareita. Sain vastauksen, mutta en osannut päätellä, kumpaa ryhmää he olivat. Kysyin sitten lyhyemmältä, oliko pidempi ritari. Vastauksen saatuaani osasin päätellä, kumpaan ryhmään veljekset kuuluivat. Olivatko veljekset kelmejä vai ritareita?

**Tehtävä 10. Tienristeys.** Olet matkalla kaupunkiin kun tie haarautuu. Toinen haara vie perille ja toinen aivan vikasuuntaan. Tienristeyksen luona norkoilee yksi kelmi ja yksi ritari, mutta et tiedä, kumpi on kumpi. Miten saat yhdelle ihmiselle osoitetulla yhdellä kyllä-ei-kysymyksellä selville, kumpi tie vie perille?

**Tehtävä 11.** Versio tehtävästä 10. Olet taas matkoillasi tienristeyksessä kelmin ja ritarin kanssa, joista et tiedä kumpi on kumpi. Tällä kertaa risteyksen luona on kolme henkilöä:

kelmi, ritari ja normaali, joka puhuu toisinaan totta ja toisinaan valehtelee. Miten saat kahdella kysymyksellä selville, mikä tie on oikea? Voit kysyä vain yhdeltä kerrallaan.

**Tehtävä 12.** Versio tehtävästä 10. Olet taas matkoillasi tienristeyksessä kelmin ja ritarin kanssa, joista et tiedä kumpi on kumpi. Valitettavasti tässä osassa saarta puhutaan kieltä, jota et osaa. Tiedät, että ”pih” ja ”pah” tarkoittavat ”kyllä” ja ”ei”, mutta et tiedä, kumpi on kumpi! Saaren asukkaat ymmärtävät sinua, mutta vastaavat omalla kielellään. Miten selvität yhdellä kysymyksellä, kumpi on oikea tie?

**Tehtävä 13. Kolme ritaria.** Tapaat kelmien ja ritarien saarella kolme ritaria, jotka istuvat leirinuotiolla. Ritarit vastaavat kysymyksiin aina totuudenmukaisesti, jos vain osaavat. Yksi heistä sanoo: ”Nimemme ovat Anna, Bella ja Camilla”. Miten saat kahdella kyllä-ei-kysymyksellä selville, kuka on kukin? Voit suunnata kummankin kysymyksen haluamallasi yhdelle henkilölle.

**Tehtävä 14.** ”Vaikein logiikkapulma koskaan”. (George Boolosin muotoilu)

Kolmen jumalan A, B, C nimet ovat (jossakin järjestyksessä) Tosi, Valhe ja Satunnainen. Tosi puhuu aina totta, Valhe valehtelee aina ja Satunnainen valitsee joka kerta kolikonheiton avulla, puhuuko totta vai valehteleeko.

Tehtäväsi on selvittää kolmella kyllä-ei-kysymyksellä kuka jumalista on kukin. Kunkin kysymyksen saa kohdistaa vain yhdelle jumalalle.

Vaikka jumalat ymmärtävät suomea, ne pahaksi onneksi vastaavat omalla kielellään. Tiedät, että sanat ”da” sekä ”ja” ovat suomeksi ”kyllä” ja ”ei”, mutta et tiedä kumpi on kumpi!

Tarkennuksia:

- Useamman kolmesta kysymyksestä voi halutessaan osoittaa samalle jumalalle.
- Toisen ja kolmannen kysymyksen – ja sen kohteen – voi päättää edellisten vastausten perusteella.
- Satunnainen arpoo mielessään ennen joka kysymystä, puhuuko hän seuraavaksi totta tai valehteleeko.
- Satunnainen vastaa jokaiseen kyllä-ei-kysymykseen joko ”da” tai ”ja”.

## Viitteet

- [1] ASSOCIATION KANGOUROU SANS FRONTIÈRES ja MAUNULAN YHTEISKOULU: *Kenguru-matematiikkakilpailu*. <https://www.aksf.org/> ja <https://kengurukilpailu.fi>.
- [2] BOLOS. G.: *The Hardest Logic Puzzle Ever*, The Harvard Review of Philosophy, 1996.
- [3] GARDNER. M.: *My Best Mathematical and Logic Puzzles*, Dover Publications, 1993.
- [4] KRAITCHIK. M.: *Mathematical Recreations*, Dover Publications, 1953. Ensimmäinen painos vuodelta 1942.
- [5] MUNROE, R.: *xkcd*. Luettu 13.12.2021. <https://xkcd.com/>
- [6] SMULLYAN. R.: *Mikä tämän kirjan nimi on?* Terra Cognita, 2003. Alkuteos *What Is the Name of This Book?*, 1978.