

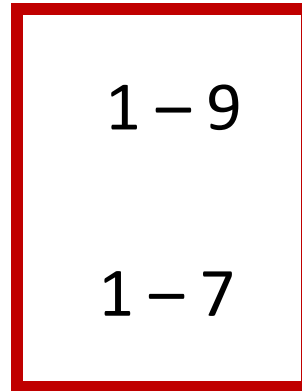
# Matematiikan ylioppilaskirjoitukset



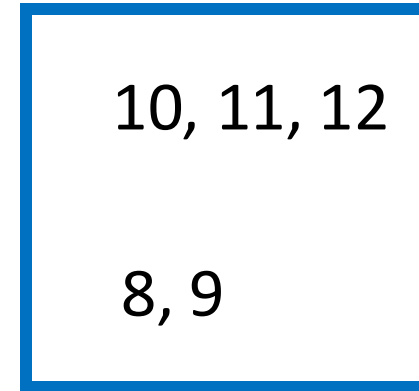
# Vaadittavat opintojaksot

- Pitkä matematiikka  
(20 op + 6 op + 2 op)
- Lyhyt matematiikka  
(12 op + 4 op + 2 op)

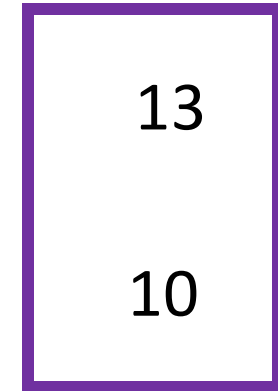
Pakolliset



Valtakunnalliset  
valinnaiset



Kertaus



- Ylioppilaskokeet laaditaan pakollisten ja valinnaisten opintojen perusteella. Kokeet pyritään laatimaan siten, että pakollisten opintojen erinomaisella osaamisella on mahdollista saada hyviä arvosanoja.
- Yhden oppimäärän pakolliset opintojaksot suoritettuaan voi osallistua kumman tahansa oppimäärän kokeeseen.
- Matematiikkalinja kirjoittaa pääsääntöisesti syksyllä, yleislinja keväällä.

# Pitkän matematiikan koe syksystä 2024 alkaen

## 3-osainen koe

A-osassa rajoituksia laskinohjelmistoissa.

A-osassa 6 tehtävää, joista valitaan 5.

B1-osassa 4 tehtävää, joista valitaan 3.

B2-osassa 3 tehtävää, joista valitaan 2.

- Kaikki tehtävät saman arvoisia (12 p/tehtävä)
- A-osa 60 p ja B-osat ( $36+24=$ ) 60 p, yhteensä 120 p.

# Lyhyen matematiikan koe syksystä 2024 alkaen

## 2-osainen koe

A-osassa rajoituksia laskinohjelmistoissa.

A-osassa 6 tehtävää, joista valitaan 5 (12 p/tehtävä)

B-osassa yhteensä 5 tehtävää, joista valitaan 4.

- 12 pisteen tehtäviä 3 kpl
- 18 pisteen tehtäviä 2 kpl

=> B-osassa pisteitä on siis mahdollista saada  
joko  $3 \times 12 \text{ p} + 1 \times 18 \text{ p} = 54 \text{ p}$   
tai  $2 \times 12 \text{ p} + 2 \times 18 \text{ p} = 60 \text{ p}$

A-osa 60 p ja B-osa 60 p, yhteensä 120 p.

18 p. tehtävät ovat lyhyen matematiikan luonteen mukaisesti soveltamistaitoja mittaavia laajempia kokonaisuuksia.

# Matematiikan ylioppilaskokeesta yleistä

Vastataan sähköisesti

A-osan tehtävissä käytössä peruslaskin (Abicus) ja digitaulukot

B-osan tehtävissä symbolinen laskin, geometria-ohjelmisto, tilasto-ohjelmisto, taulukkolaskenta, koodi-ikkuna (Python)

- ohjelmistot ovat kokeen apuvälineitä, joiden roolit arvioidaan tehtäväkohtaisesti

Tehtävät voivat sisältää erilaisia aineistoja

## **Kirjoittaisinko lyhyen vai pitkän?**

- Järkevintä on kirjoittaa se oppimäärä, jonka on opiskellut
- Tarkista jatko-opiskelupaikan todistusvalinnan pisteytykset
- Suosittelemme sen oppimäärän kertauskurssia, jonka kirjoitat yo-kokeessa (lyhyt matikka ei ole lyhyt versio pitkästä matikasta)

# Tietoa ylioppilaskokeesta

- [www.ylioppilastutkinto.fi](http://www.ylioppilastutkinto.fi)  
=> Määräykset => Koekohtaiset määräykset ja ohjeet
- <https://yle.fi/abitreeneit/matematiikka>  
pitkän ja lyhyen matematiikan vanhoja YO-kokeita  
YTL:n hyvän vastauksen piirteet ja harjoituskokeita
- <https://mafy.fi/yo-kokeiden-mallivastaukset/>  
pitkän ja lyhyen matematiikan vanhoja YO-kokeita ja malliratkaisut koetehtäviin

# Arvosanojen pisterajat vaihtelevat tutkintokertoittain

## Lyhyt matematiikka

| max 120 p  | A                  | B  | C  | M  | E  | L   |
|------------|--------------------|----|----|----|----|-----|
| Kevät 2019 | 19                 | 34 | 51 | 67 | 82 | 101 |
| Syksy 2019 | 20                 | 31 | 45 | 59 | 75 | 94  |
| Kevät 2020 | 21                 | 32 | 43 | 57 | 72 | 89  |
| Syksy 2020 | 12                 | 19 | 30 | 46 | 65 | 88  |
| Kevät 2021 | 23                 | 36 | 54 | 71 | 89 | 105 |
| Syksy 2021 | 23                 | 36 | 52 | 67 | 82 | 99  |
| Kevät 2022 | 21                 | 35 | 52 | 71 | 87 | 104 |
| Syksy 2022 | 15                 | 29 | 45 | 62 | 77 | 96  |
| Kevät 2023 | 18                 | 31 | 47 | 65 | 81 | 99  |
| Syksy 2023 | 23                 | 36 | 51 | 68 | 82 | 96  |
| Kevät 2024 | 22                 | 36 | 50 | 67 | 85 | 103 |
| Syksy 2024 | 14                 | 27 | 43 | 60 | 76 | 94  |
| Kevät 2025 | 15                 | 27 | 43 | 62 | 80 | 100 |
| Syksy 2025 | julkaistaan 13.11. |    |    |    |    |     |

# Arvosanojen pisterajat vaihtelevat tutkintokertoittain

## Pitkä matematiikka

| max 120 p  | A                  | B  | C  | M  | E  | L   |
|------------|--------------------|----|----|----|----|-----|
| Kevät 2019 | 14                 | 19 | 30 | 47 | 68 | 93  |
| Syksy 2019 | 14                 | 23 | 34 | 47 | 66 | 87  |
| Kevät 2020 | 14                 | 21 | 31 | 43 | 58 | 79  |
| Syksy 2020 | 15                 | 24 | 38 | 57 | 76 | 101 |
| Kevät 2021 | 14                 | 20 | 30 | 41 | 57 | 82  |
| Syksy 2021 | 14                 | 27 | 41 | 59 | 74 | 99  |
| Kevät 2022 | 16                 | 25 | 37 | 53 | 70 | 93  |
| Syksy 2022 | 16                 | 26 | 37 | 54 | 71 | 95  |
| Kevät 2023 | 15                 | 24 | 37 | 50 | 63 | 81  |
| Syksy 2023 | 20                 | 30 | 40 | 56 | 73 | 90  |
| Kevät 2024 | 20                 | 31 | 43 | 57 | 71 | 89  |
| Syksy 2024 | 12                 | 17 | 30 | 46 | 67 | 93  |
| Kevät 2025 | 23                 | 33 | 46 | 63 | 82 | 102 |
| Syksy 2025 | julkaistaan 13.11. |    |    |    |    |     |



# Lyhyt matematiikka syksy 2024: A-osa

## 2. Yhtälö ja kolmio 12 p.

1. Ratkaise yhtälö  $x^2 + 14 = 9x$ . (4 p.)
2. Suora  $y = -2x + 6$  rajaa positiivisten  $x$ - ja  $y$ -akselien kanssa suorakulmaisen kolmion. Määritä tämän kolmion pinta-ala ja hypotenuusan pituus. (8 p.)

## 5. Lainojen vertailu 12 p.

Naava ja Silmu ottavat kumpikin 9 000 euron lainan. Naavan laina on tasalyhennyslaina ja Silmun laina on annuiteettilaina. Kummankin lainan vuotuinen korkokanta on 5 % ja laina-aika 3 vuotta. He lyhentävät lainojaan kerran vuodessa. Kumman viimeinen maksuerä on suurempi?

# Lyhyt matematiikka syksy 2024: B-osa

## 8. Moottoritien kustannukset 12 p.

Helsingin Sanomat kirjoitti 20.6.1972:

Suomen suurin tietyö jyrää maiseman halki Helsingistä Lahteen. Leveimmillään kuusikaistainen Lahden moottoritie maksaa noin 320 miljoonaa markkaa, yli 3 markkaa millimetri.

Vuonna 2018 valmistuneessa tiehankkeessa Haminasta Vaalimaalle kulkevan 32 kilometrin pituisen moottoritieosuuden hinta oli 550 miljoonaa euroa. Tässä tehtävässä eri vuosien kustannuksia verrataan käyttämällä "Aku Ankka -indeksiä", joka perustuu seuraavaan tietoon: Aku Ankka -lehden irtonumero maksoi 0,80 markkaa vuonna 1972 ja 3,50 euroa vuonna 2018.

Mitkä olivat Helsinki–Lahti-moottoritien kustannukset vuoden 2018 rahassa?

Kuinka monta prosenttia kalliimpi Hamina–Vaalimaa-moottoritie oli kilometriä kohti kuin Helsinki–Lahti-moottoritie rahan arvon muutos huomioiden?

# Lyhyt matematiikka syksy 2024: B-osa

## 11. Suhteellinen vaalitapa 18 p.

### Aineisto

11.A Taulukko: Äänestystulokset

11.B Teksti: D'Hondtin suhteellinen vaalitapa

Kuvitteellisessa Keski-Maan vaalipiirissä on neljä puoluetta: Hobittipuolue, Ihmispuolue, Haltiapuolue ja Kääpiöpuolue. Taulukossa 11.A on esitetty Keski-Maassa toimitetun vaalin äänestystulokset.

Vastaa seuraaviin kysymyksiin olettaen, että Keski-Maassa käytetään d'Hondtin suhteellista vaalitapaa, joka on kuvattu tekstissä 11.B.

1. Mikä oli vaalien äänestysprosentti, kun Keski-Maassa on 290 754 äänioikeutettua? (3 p.)
2. Laske kunkin ehdokkaan vertausluku. Ketkä tulevat valituiksi, kun vaalipiiristä valitaan viisi edustajaa? (5 p.)
3. Kuinka monta henkilökohtaista ääntä enemmän Pippinin olisi pitänyt saada, jotta hän olisi tullut valituksi ilman arvontaa? Oletetaan, että muiden äänimäärät eivät muutu. (5 p.)
4. Suhteellisen vaalitavan tavoite on, että edustajien paikat jakautuvat samassa suhteessa kuin puolueiden saamat äänet. Pohdi, kuinka hyvin tämä toteutui näissä vaaleissa. (5 p.)

# Pitkä matematiikka syksy 2024: A-osa

## 3. Yhtälöt 12 p.

Ratkaise muuttujien  $x$  ja  $y$  tarkat arvot seuraavista yhtälöistä.

1. Yhtälö  $4 \cdot 8^x = \sqrt{2}$ . (4 p.)

2. Yhtälö  $\sin(6y - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$ , kun  $y \in [0, \frac{\pi}{2}]$ . (8 p.)

## 6. Veteen putoava kivi 12 p.

Mallinnetaan veteen pudonneen kiven aiheuttamia aaltoja funktiolla  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ , missä  $f(x, y) = \frac{\sin(\sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ , kun  $(x, y) \neq (0, 0)$ , ja  $f(0, 0) = 1$ .

1. Etsi kaksi muuta pistettä, joissa funktion arvo on sama kuin pisteessä  $(3, 4)$ . (6 p.)

2. Osoita, että jokaiselta  $xy$ -tason suoralta löytyy funktion nollakohta. (6 p.)

# Pitkä matematiikka syksy 2024: B1-osa

## 8. Tikanheitto 12 p.

### Aineisto

8.A Kuva: Tikkataulu

Ympyränmuotoisen tikkataulun keskellä on 10 pisteen arvoinen keskiympyrä, jonka säde on 2 cm. Sen ympärillä on 9 pisteen arvoinen rengas, jonka leveys on 2 cm. Tämän renkaan ympärillä on samanlevyinen 8 pisteen rengas, sen ympärillä samanlevyinen 7 pisteen rengas ja niin edelleen uloimpaan 1 pisteen renkaaseen saakka. Tikkataulussa on siis yhteensä 10 aluetta ja koko taulun säde on 20 cm, katso kuva 8.A.

1. Osoita laskemalla, että parillisten pistemäärien alueiden yhteenlaskettu pinta-ala on  $180\pi \text{ cm}^2$ . (4 p.)
2. Katri heittää tikkaa siten, että hän varmasti osuu tauluun, mutta voi osua mihin tahansa taulun kohtaan samalla todennäköisyydellä. Millä todennäköisyydellä Katrin tulos on parillinen, kun hän heittää kolme tikkaa ja niiden pisteet lasketaan yhteen? (8 p.)

# Pitkä matematiikka syksy 2024: B1-osa

## 10. Ohjelmakoodi ja tekijät 12 p.

### Aineisto

#### 10.A Teksti: Papun koodi

Papu yritti selvittää positiivisen kokonaisluvun alkutekijät. Tähän tarkoitukseen hän kirjoitti Python-koodin, joka on esitetty tekstissä 10.A. Koodissa #-merkkiä seuraava teksti on kommentti, joka ei vaikuta ohjelman toimintaan. Papu ajoi ohjelman muuttujan  $n$  eri alkuarvoilla. Hän huomasi, että toisinaan ohjelma toimi virheettömästi ja tulosti luvun  $n$  alkutekijät, toisinaan se tulosti muitakin lukuja.

Osatehtävissä 10.1 ja 10.2 vastauksesta täytyy ilmetä käytetty alkuarvo ja ohjelman tuloste.

1. Anna esimerkki luvun  $n$  alkuarvosta, jolle ohjelma tulostaa listan, joka sisältää vain luvun  $n$  alkutekijöitä. (3 p.)
2. Anna esimerkki luvun  $n$  alkuarvosta, jolle ohjelma tulostaa muitakin kuin luvun  $n$  alkutekijöitä. (3 p.)
3. Selitä, miksi ohjelma ei aina toimi niin kuin Papu oli tarkoittanut. (6 p.)

Huomaa, että tehtävässä annettua ohjelmakoodia voi ajaa koeympäristön ohjeiden Ohjelmointi-välilehdellä. Siellä on myös Python-kielen käskyjen selityksiä.