


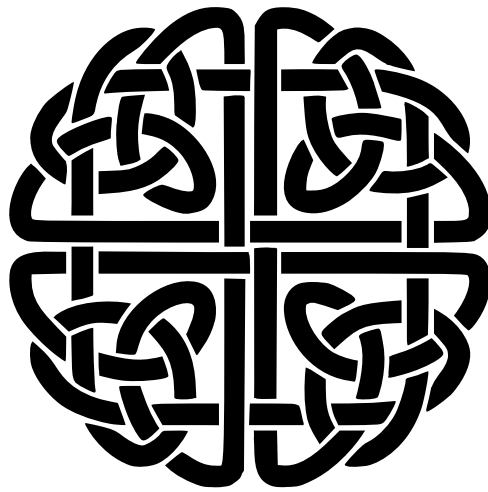
Ville Tilvis
Maunulan yhteiskoulu ja Helsingin matematiikkalukio

Avoin CC BY 4.0 -lisenssi 

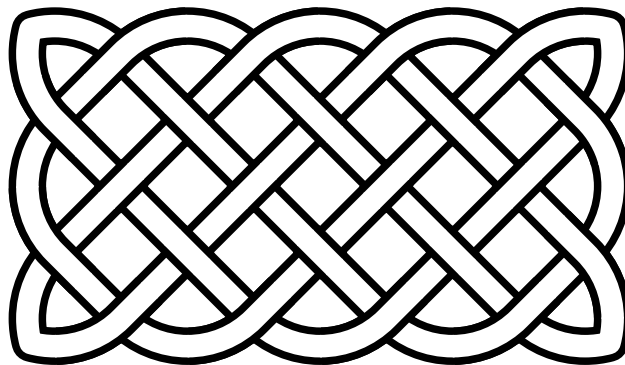


Kelttiläiset solmut

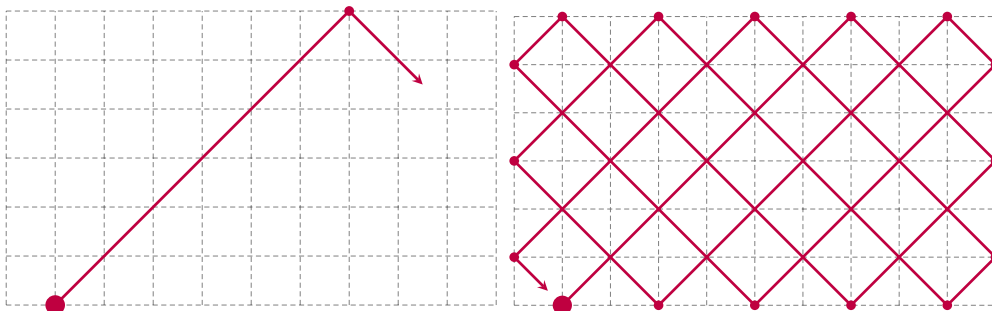
Kelttiläinen kulttuuri on tunnettu kauniista ja monimukaisista solmukuvioistaan, kuten seuraavassa kuvassa. [3]



Keskitytään tällä kertaa tutkimaan yksinkertaisia solmukuvioita, jotka ovat seuraavan solmun tapaan aseteltultaan suorakulmaisia. [4]

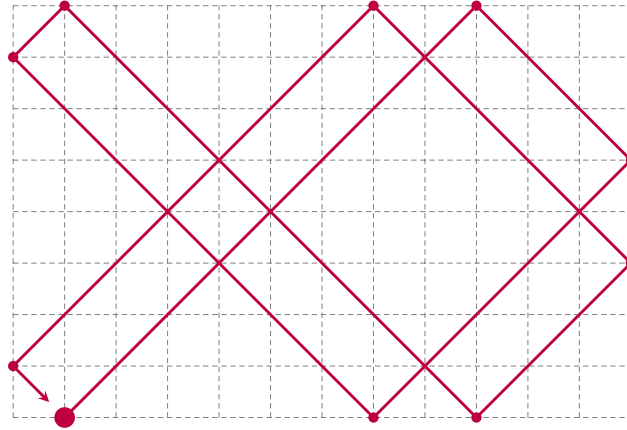


Tällaisen solmun rakenteen voi piirtää kätevästi ruudukon avulla:

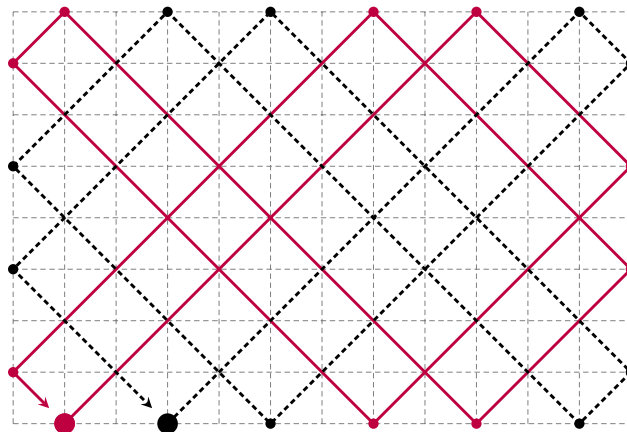


Solmu koskee ruudukon vasempaan reunaan 3 kertaa ja alareunaan 5 kertaa; tällaista solmua voidaan kutsua 3×5 -solmuksi. Koska reunoihin koskevat pisteet sijaitsevat kahden ruudun välein, solmun piirtämiseen tarvitaan 6×10 -ruudukko.

Kaikissa tapauksissa tällä tavoin muodostettu reitti ei täytä koko ruudukkoa:



Ruudukon voi kuitenkin täyttää aloittamalla useammasta kohdasta. Alle oleva kelttisolmu koostuu kahdesta erillisestä lenkistä. (Solmuteorian käsitteistöllä kyseessä onkin siis linkki.)



Tutkimustehtävä

Tutki, millä lukujen p ja q arvoilla $p \times q$ -kelttisolmu muodostaa yhtenäisen lenkin.

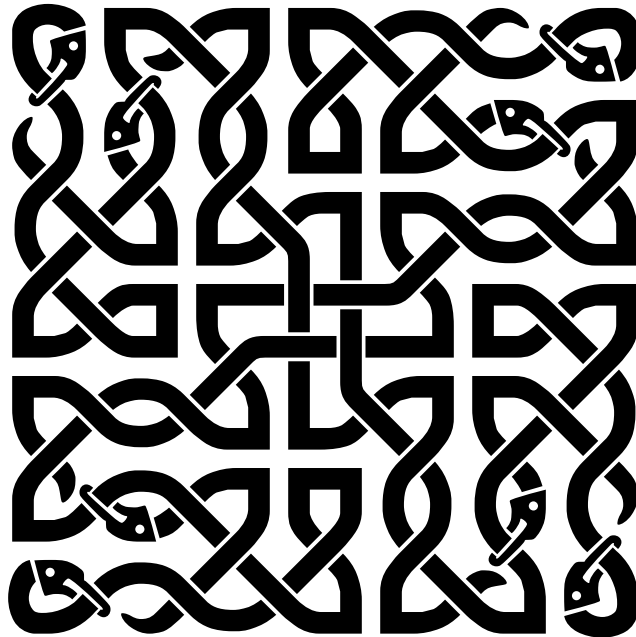
Jos yhtenäistä lenkkiä ei muodostu, kuinka monesta erillisestä lenkistä kokonainen $p \times q$ -kelttisolmu koostuu?

Vihjeitä ja lisäkysymyksiä

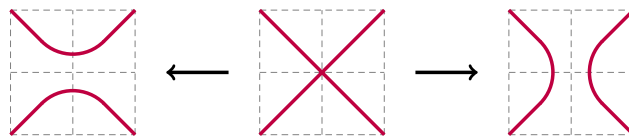
1. Huomaa, että $p \times q$ -solmua varten tarvitset $2p \times 2q$ -ruudun. Älä aloita ruudun nurkasta, vaan yhden päästä nurmasta kuten esimerkeissä.
2. Etsi esimerkkejä eri kokoisista ruudukoista, joissa muodostuu yksi lenkki ja sellaisista, joissa muodostuu enemmän kuin yksi.
3. Miksi solmu ei voi koskaan koostua yhdestä lenkistä, kun $p = q$?
4. Mitä lenkkien määrälle tapahtuu, jos ruudukkoa laajentaa toisen sivun kokoisella neliöllä?
5. Entä jos ruudukkoa pienennetään lyhyemmän sivun kokoisella neliöllä?
6. Tutki jotakin lenkkiä. Kuinka monta ruutua se kulkee yhteensä vaakasuunnassa? Entä pystysuunnassa? Miksi tulos on se mikä se on?
7. Reitti palaa ensimmäistä kertaa lähtöpisteeseensä: Kuinka monen ruudun läpi se on kulkenut?

Jatkokysymys

Suorakulmaisesta solmukuviosta saa mielenkiintoisemman, kun osa risteyksistä poistetaan ja langat päät yhdistetään toisin, kuten seuraavassa kuvassa [5].



Risteyksen poiston voi tehdä kahdella tavalla:



Tutki, miten risteysten poistot vaikuttavat eri kokoisten solmujen lenkkien määrään.

Viitteet

- [1] AKVELD, M. ja A. JOBBINGS: *Knots Unravelled*, Arbelos, 2011
- [2] FISHER, G. ja B. MELLOR: *On the Topology of Celtic Knot Designs*, Proceedings of the 7th Annual Conference of Bridges, 2004.
<https://archive.bridgesmathart.org/2004/bridges2004-37.pdf>
- [3] FREE SVG: *Kuva "Celtic Knot 5 Optimized"*.
<https://freesvg.org/celtic-knot-5-optimized>
Public Domain. Luettu 19.11.2021.
- [4] KÄYTTÄJÄ ANONMOOS: *Kuva Celtic-knot-basic-rectangular*, Wikimedia Commons.
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Celtic-knot-basic-rectangular.svg>
Public Domain. Luettu 19.11.2021.
- [5] KÄYTTÄJÄ 20040302: *Zoomorphs-kuva*, Wikimedia Commons.
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=80434567>
CC BY-SA 4.0 -lisenssi. Luettu 19.11.2021.