

**3 pistettä****1.**

Kello on 17.00. Kuinka paljon kello on 17 tunnin kuluttua?

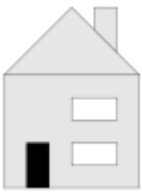
- (A) 8.00      **(B) 10.00**      (C) 11.00      (D) 12.00      (E) 13.00

**Ratkaisu:**

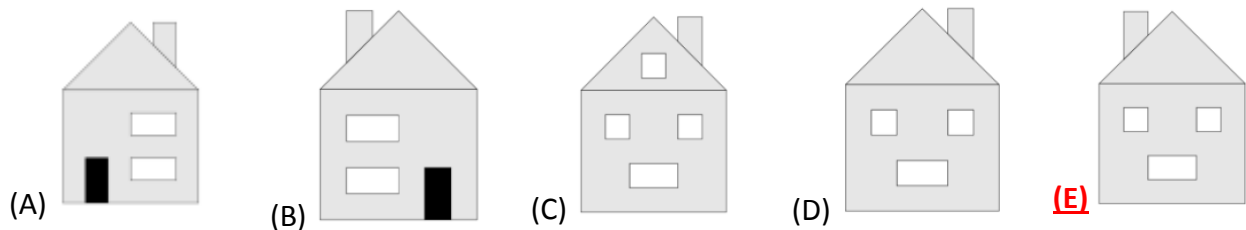
17 tuntia on 7 tuntia vaille täysi vuorokausi.  $17 - 7 = 10$ , joten 17 tunnin kuluttua kello on 10.00.

**2.**

Edestä katsottuna Miranda näkee talonsa kuvan mukaisena.



Talon takaseinällä ei ole ovea, mutta siellä on kolme ikkunaa. Mitä Miranda näkee, kun hän katsoo talonsa takaseinää?

**Ratkaisu:**

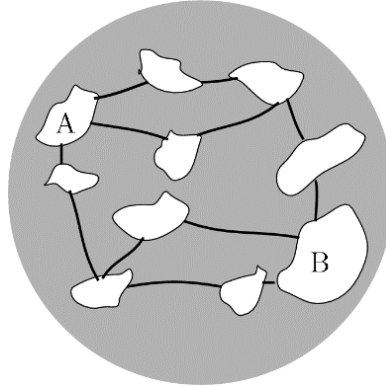
Koska talon takaseinällä ei ole ovea, ovat vaihtoehdot A ja B väärin.

Koska talon takaseinällä on vain kolme ikkunaa, on vaihtoehto C väärin.

Savupiippu on edestä katsottuna oikealla puolella, joten se on takaa katsottuna vasemmalla puolella. Siis vaihtoehto D on väärin ja vaihtoehto E oikein.

3.

Tietokonepelissä tuhotaan saarille meneviä siltoja. Kuinka monta siltaa pitää vähintään tuhota, jotta saarelta A ei pääse saarelle B siltoja pitkin?



(A) 2

(B) 3

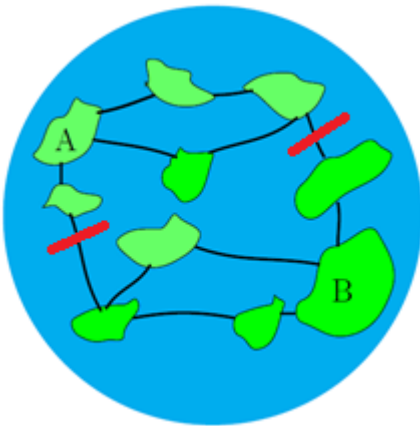
(C) 4

(D) 5


(E) 6

**Ratkaisu:**

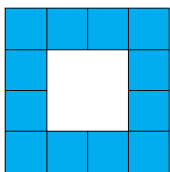
Saarelle B vie kolme siltaa, mutta sopivasta paikasta leikkaamalla kahden sillan tuhoaminen riittää.



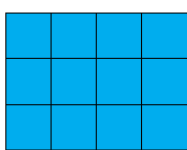
4.

Hudalla on 4 tällaista palaa: . Mitä kuviota hän ei voi tehdä kyseisistä neljästä palasta?

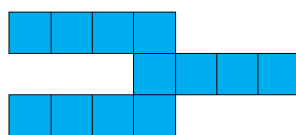
(A)



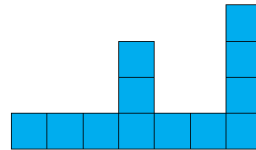
(B)



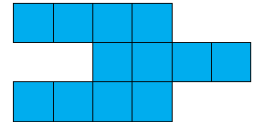
(C)



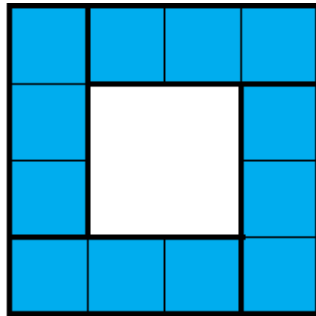
(D)



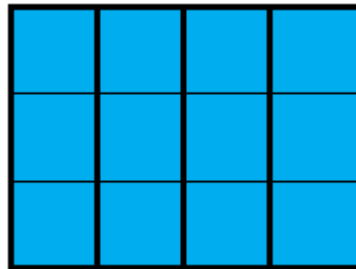
(E)



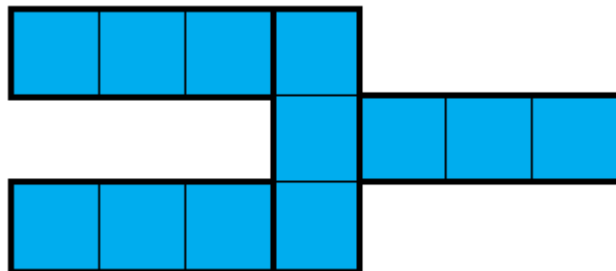
Ratkaisu:



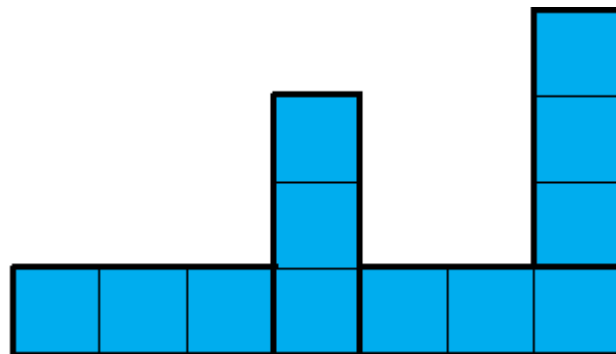
Kuvio A onnistuu näin:



Kuvio B onnistuu näin:

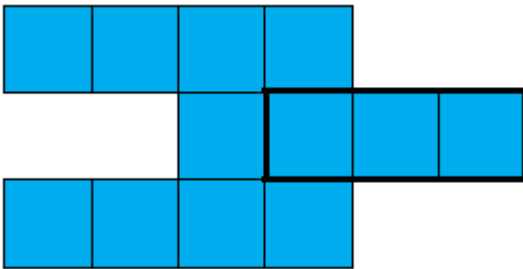


Kuvio C onnistuu näin:



Kuvio D onnistuu näin:

Kuvio E ei onnistu. Kuvion oikea reuna on pakko rakentaa kuvan mukaisesti, ja tämän jälkeen kuvion loppuosan rakentaminen ei enää onnistu. Ylhäällä ja alhaalla on neljän ruudun pätkät, joita ei voi kolmen ruudun pätkällä täyttää.



5.

Kuviossa on raidallinen tasakylkinen kolmio ja sen korkeusjana. Jokainen raita on yhtä korkea. Kuinka suuri osa kolmion pinta-alasta on valkoista väriä?

(A)  $\frac{1}{2}$ (B)  $\frac{1}{3}$ (C)  $\frac{2}{3}$ (D)  $\frac{3}{4}$ (E)  $\frac{2}{5}$ **Ratkaisu:**

Jokaista raitaa kohti on yhtä suuri värillinen raita, joten kolmiosta täsmälleen puolet on valkoista.

6.

Annalla on 20 euroa. Hänen ystävillään Nirmalilla, Tiinalla, Erlantilla ja Samulilla on kullakin 10 euroa. Kuinka monta euroa Annan pitää antaa jokaiselle neljälle ystävälleen, jotta kaikilla viidellä olisi yhtä paljon rahaa?

(A) 2

(B) 4

(C) 5

(D) 8

(E) 10

**Ratkaisu:**

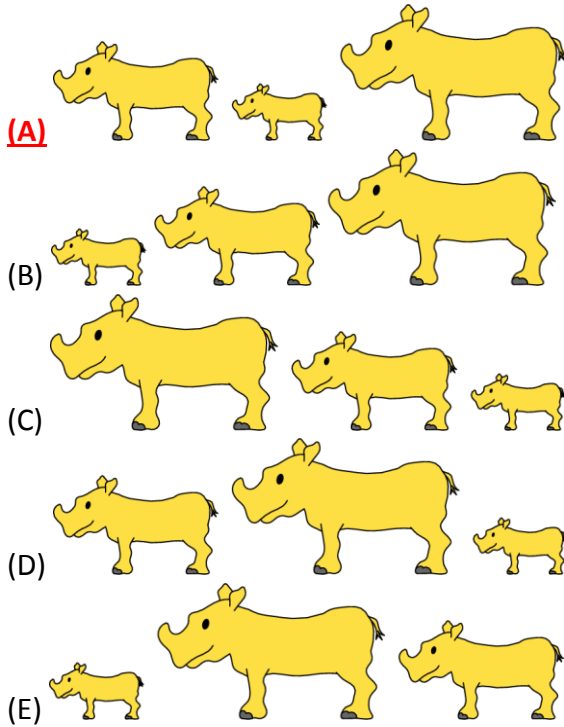
Rahaa on yhteensä  $20 \text{ €} + 4 \cdot 10 \text{ €} = 60 \text{ €}$ . Jotta jokaisella olisi yhtä paljon rahaa, pitäisi kullakin olla  $60 \text{ €} : 5 = 12 \text{ €}$ . Annan on siis annettava jokaiselle neljälle ystävälleen 2 euroa.

7.

Jane, Kate ja Lynn lähtevät kävelyille. Jane kävelee edessä, Kate keskellä ja Lynn takana.

Jane painaa 500 kg enemmän kuin Kate. Kate painaa 1000 kg vähemmän kuin Lynn.

Missä seuraavista kuvista Jane, Kate ja Lynn ovat oikeassa järjestyksessä?

**Ratkaisu:**

Jane painaa 500 kg enemmän kuin Kate ja Lynn painaa 1000 kg enemmän kuin Kate, joten Kate on kevyin, Jane toiseksi kevyin ja Lynn painavin.

Jane, joka on toiseksi kevyin, kävelee edellä. Kate, joka on kevyin, kävelee seuraavana. Oikea vastaus on siis kuva A.

**4 pistettä**

8.

Ryhmä nuoria seisoo ringissä. Rasmus on neljäs Jonnan vasemmalla puolella ja seitsemäs Jonnan oikealla puolella. Kuinka monta nuorta ringissä on?

(A) 9

(B) 10

**(C) 11**

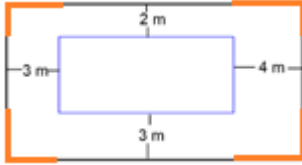
(D) 12

(E) 13



**Ratkaisu:**

Ulomman suorakulmion piiri on suurempi vain kulmien ympärillä.



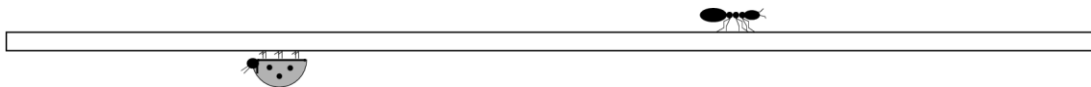
Kussakin kulmassa merkityn osan pituus on  $2\text{ m} + 4\text{ m} = 6\text{ m}$ . Kulmia on 4, joten piirien erotus on  $4 \cdot 6\text{ m} = 24\text{ m}$ .

**11.**

Mauri Muurahainen aloitti putken vasemmasta päästä ja käveli  $\frac{2}{3}$  sen pituudesta.

Leena Leppäkerttu aloitti putken oikeasta päästä ja käveli  $\frac{3}{4}$  sen pituudesta.

Kuinka suuri osa putken pituudesta Leenan ja Maurin välimatka on nyt?



(A)  $\frac{3}{8}$

(B)  $\frac{1}{12}$

(C)  $\frac{5}{7}$

(D)  $\frac{1}{2}$

**(E)**  $\frac{5}{12}$

**Ratkaisu:**

Maurin oikealla puolella on  $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$  putken pituudesta.

Leenan vasemmalla puolella on  $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$  putken pituudesta.

Leenan ja Maurin väliin jäävän osan pituus on  $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$  putken pituudesta.

**12.**

Daniel suunnittelee juoksulenkeilleen aikataulua.

Hän haluaa käydä lenkillä täsmälleen kaksi kertaa viikossa, joka viikko samoina viikonpäivinä.

Hän ei koskaan halua lenkkeillä peräkkäisinä päivinä.

Kuinka monella tavalla Daniel voi valita juoksupäivänsä?

(A) 16

**(B)** 14

(C) 12

(D) 10

(E) 8

**Ratkaisu:**

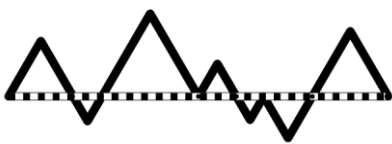
Taulukoidaan mahdolliset juoksupäivät.

ma	ti	ke	to	pe	la	su
x		x				
x			x			
x				x		
x					x	
	x		x			
	x			x		
	x				x	
	x					x
		x		x		
		x			x	
		x				x
			x		x	
			x			x
				x		x

Erilaisia mahdollisuuksia juoksupäivien valinnalle on 14.

**13.**

Kuviossa katkoviiva ja yhtenäinen viiva muodostavat seitsemän tasasivuista kolmiota. Katkoviivan pituus on 20 cm. Kuinka pitkä on yhtenäinen viiva?



(A) 25 cm

(B) 30 cm

(C) 35 cm

**(D)** 40 cm

(E) 45 cm

**Ratkaisu:**

Koska kolmiot ovat tasasivuisia, niin jokaisen kolmion yhtenäisellä viivalla piirrettyjen sivujen pituus on kaksinkertainen katkoviivalla piirrettyyn sivuun nähden. Siten yhtenäisen viivan pituus on kaksinkertainen katkoviivan pituuteen nähden, eli kysytty pituus on  $2 \cdot 20 = 40$ .



**14.**

Kuvassa on neljä sisäkkäistä sydäntä.

Niiden pinta-alat ovat  $1 \text{ cm}^2$ ,  $4 \text{ cm}^2$ ,  $9 \text{ cm}^2$  and  $16 \text{ cm}^2$ .

Mikä on väritetyn alueen pinta-ala?

(A)  $9 \text{ cm}^2$ **(B)**  $10 \text{ cm}^2$ (C)  $11 \text{ cm}^2$ (D)  $12 \text{ cm}^2$ (E)  $13 \text{ cm}^2$ **Ratkaisu:**

Sisemmän väritetyn alueen pinta-ala saadaan vähentämällä toiseksi pienimmän sydämen pinta-alasta pienimmän sydämen pinta-ala:  $4 \text{ cm}^2 - 1 \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm}^2$ .

Ulomman väritetyn alueen pinta-ala saadaan vähentämällä suurimman sydämen pinta-alasta toiseksi suurimman sydämen pinta-ala:  $16 \text{ cm}^2 - 9 \text{ cm}^2 = 7 \text{ cm}^2$ .

Väritettyjen alueiden pinta-alojen summa on  $3 \text{ cm}^2 + 7 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$ .

**5 pistettä****15.**

Ida kirjoittaa  $3 \times 3$ -ruudukon jokaiseen ruutuun luvun niin, että naapuriruutujen (ruutujen, joilla on yhteinen sivu) lukujen summa on aina sama. Hän on jo kirjoittanut kaksi lukua.

Kun ruudukko lukuineen on valmis, mikä on kaikkien ruudukossa olevien lukujen summa?

2		
		3

(A) 18

(B) 20

(C) 21

**(D)** 22

(E) 23

**Ratkaisu:**

Merkitään luvun 2 viereen kirjoitettavaa lukua kirjaimella  $x$ .

2	$x$	
$x$		3

Koska naapuriruutujen lukujen summa on vakio, niin keskimmäiseen ruutuun on kirjoitettava luku 2.

2	$x$	
$x$	2	3

Naapuriruutujen lukujen summa on siis  $2 + 3 = 5$ . Täytetään ruudukko tämän tiedon avulla.

2	3	2
3	2	3
2	3	2

Kaikkien lukujen summa on  $5 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 22$ .

**16.**

Kymmenen kengurua seisoi jonossa kuvan mukaisesti.



Yhtäkkiä kaksi vierekkäistä, toisiinsa katsovaa kengurua vaihtoivat paikkaa hyppäämällä toistensa ohi.

Sama toistui, kunnes yksikään paikanvaihto ei enää ollut mahdollinen.

Kuinka monta paikanvaihtoa tapahtui yhteensä?

(A) 15

(B) 16

**(C) 18**

(D) 20

(E) 21

**Ratkaisu:**

Vasemmalle katsovia kenguruita on neljä ja oikealle katsovia kuusi. Jokainen vasemmalle katsova kenguru voi hypätä oikealle katsovien kenguruiden yli.



Kenguru A voi hypätä kolmen kengurun yli, samoin kenguru B.  
 Kenguru C voi hypätä kuuden kengurun yli, samoin kenguru D.  
 Tämän jälkeen paikanvaihtoja ei enää voi tapahtua.  
 Paikanvaihtoja tapahtui yhteensä  $2 \cdot 3 + 2 \cdot 6 = 18$ .

**17.**

Bussi lähtee lentokentältä keskustaan 3 minuutin välein.  
 Henkilöauto lähtee lentokentältä aina samaan aikaan kuin bussi ja ajaa keskustaan samaa reittiä.  
 Bussi ajaa lentokentältä keskustaan 60 minuutissa ja henkilöauto 35 minuutissa.  
 Kuinka monta bussia auto ohittaa matkallaan keskustaan? Bussia, jonka kanssa auto lähti yhtä aikaa, ei lasketa.

- (A) 8                      (B) 9                      (C) 10                      (D) 11                      (E) 13

**Ratkaisu:**

Henkilöauto ajaa  $60 \text{ min} - 35 \text{ min} = 25 \text{ min}$  bussia nopeammin keskustaan, joten se ohittaa kaikki bussit, jotka lähtivät alle 25 minuuttia henkilöautoa ennen.  $\frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$ , joten tällaisia busseja on 8.  
 Henkilöauto ohittaa siis 8 bussia.

**18.**

Lukujonossa 2, 3, 6, 8, 8, ... kukin luku on kahden edellisen luvun tulon viimeinen numero.  
 Mikä on lukujonon 2017. luku?

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 6                      (E) 8

**Ratkaisu:**

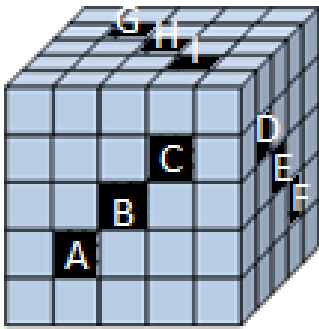
Jatketaan lukujonoa siinä toivossa, että se alkaa toistaa itseään.

$8 \cdot 8 = 64$ , joten seuraava luku on 4:

2, 3, 6, 8, 8, 4, ...

$4 \cdot 8 = 32$ , joten seuraava luku on 2.





Tunneli A risteää tunneleiden F ja G kanssa, molempien kanssa samassa kohdassa. Näiden kolmen tunnelin vuoksi kuutioita jää käyttämättä  $3 \cdot 4 + 1 = 13$ .

Tunneli B risteää tunneleiden E ja H kanssa, molempien kanssa samassa kohdassa. Näiden kolmen tunnelin vuoksi 13 kuutiota jää käyttämättä.

Tunneli C risteää tunneleiden D ja I kanssa, molempien kanssa samassa kohdassa. Näiden kolmen tunnelin vuoksi 13 kuutiota jää käyttämättä.

Kuutioita jää käyttämättä yhteensä  $3 \cdot 13 = 39$ .

## 20.

Joka toinen Kengun sanoma lause on totta ja joka toinen valhetta. Joskus hän aloittaa puhumalla totta ja joskus valehtelemalla.

Kengu ajattelee kokonaislukua ja kertoo siitä ystävälleen:

”Se ei ole pienempi kuin 1. Se ei ole suurempi kuin 3. Se ei ole suurempi kuin 7. Se ei ole pienempi kuin 5.”

Mitä lukua Kengu ajattelee?

- (A) 2                      (B) 3                      **(C) 4**                      (D) 5                      (E) 6

### Ratkaisu:

Jos ensimmäinen lause on valhe, niin toinen lause on totta, kolmas valhetta ja neljäs totta. Tällöin Kengun ajattelemalle luvulle  $x$  ovat voimassa seuraavat ehdot:

$$x < 1$$

$$x \leq 3$$

$$x > 7$$

$$x \geq 5$$

Luvun  $x$  pitäisi siis olla pienempi kuin 1, mutta suurempi kuin 7, mikä on mahdotonta. Koska se, että ensimmäinen lause on valhetta, johtaa ristiriitaan, on ensimmäisen lauseen oltava tosi.

Koska ensimmäinen lause on tosi, niin toinen on valhetta, kolmas totta ja neljäs valhetta. Tällöin Kengurun ajattelemalle luvulle  $x$  ovat voimassa seuraavat ehdot:

$$x \geq 1$$

$$x > 3$$

$$x \leq 7$$

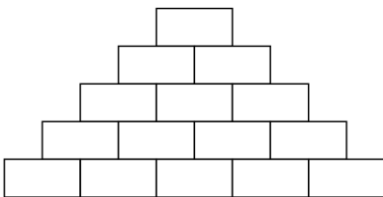
$$x < 5$$

Luku 4 on ainoa kaikki nämä ehdot täyttävä kokonaisluku, joten Kengu ajattelee lukua 4.

### 21.

Väinö haluaa kirjoittaa ruudukon jokaiseen ruutuun positiivisen kokonaisluvun niin, että kahden vierekkäisen luvun summa tulee suoraan niiden yläpuolella olevaan ruutuun.

Kuinka monta paritonta lukua hän voi korkeintaan kirjoittaa?



(A) 5

(B) 7

(C) 8

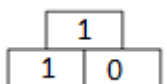
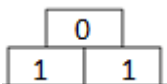
**(D) 10**

(E) 11

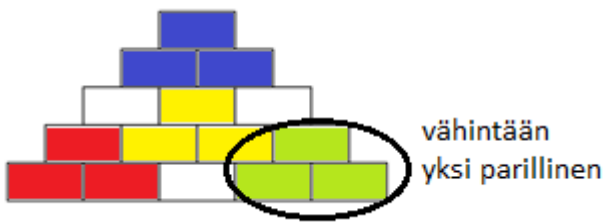
#### Ratkaisu:

Parittomuuden ja parillisuuden kannalta lukujen suuruuksilla ei ole merkitystä, ainoastaan sillä, ovatko luvut parittomia vai parillisia. Merkitään paritonta lukua luvulla 1 ja parillista lukua luvulla 0.

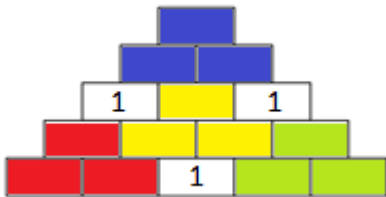
Kahdesta ruudusta ja niiden yläpuolella olevasta ruudusta vähintään yhdessä on parillinen luku.



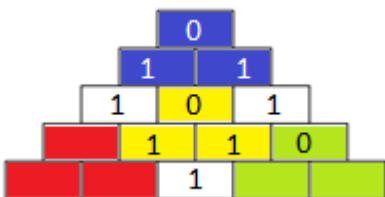
Tämän vuoksi ruudukossa on vähintään 4 parillista lukua.



Tutkitaan, onko mahdollista, että parillisia lukuja on täsmälleen 4. Ylimmistä kolmesta luvusta täsmälleen yhden on tällöin oltava parillinen.

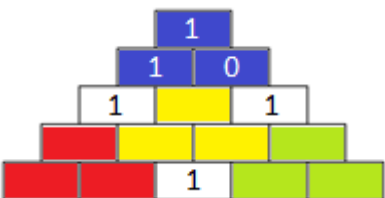


Jos parillinen luku on ylin, ovat muut ylimmistä parittomia, joten ylimmän keskellä olevasta kolmesta on oltava parillinen. Koska vain yksi kolmesta keskellä olevasta saa olla parillinen, on kahden muun oltava parittomia, joten ylimmän oikealla alhaalla olevista on oltava parillinen ja pyramidi näyttää tältä:



Koska ylin oikealla alhaalla olevista on parillinen, on kahden muun oltava parittomia, mutta tällöin oikeanpuoleinen keskellä olevista olisi kahden parittoman summana parillinen, mikä on mahdotonta.

Jos taas parillinen kolmesta ylimmästä ei ole pyramidin ylin luku, niin pyramidi näyttää tältä.



Ylimmän keskimmäisestä kolmesta on nyt oltava sekä pariton että parillinen, mikä on mahdotonta.

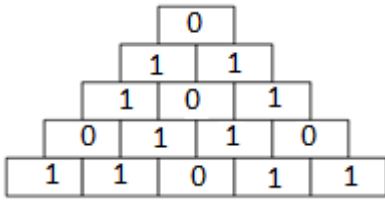
Siis ei ole mahdollista, että parillisia lukuja olisi tasan 4. Parillisia lukuja on siis vähintään 5, eli parittomia lukuja on korkeintaan 10.

Täsmälleen 10 paritonta lukua on mahdollista täyttää ruudukkoon ainakin seuraavalla tavalla:

2017

Kenguru 2017 Cadet  
(8. ja 9. luokka)

sivu 16 / 16



Parittomia lukuja on siis korkeintaan 10.