Galilei-symposio 13.–15.11.2009

- **Paikka: Maunulan yhteiskoulu ja Helsingin matematiikkalukio, Kuusikkotie 3, 00630 Hel-sinki.**
- Tilaisuus on veso-kelpoista koulutusta opettajille ja on tarkoitettu kaikille aihepiiristä kiinnos-tuneille. Perjantai ja lauantaiaamupäivä ovat avoimia ja ilmaisia. Kello 12.15 lähtien lauantain ohjelma sekä sunnuntain ohjelmat ovat maksullisia.

Galilei-symposio 13.–15.11.2009

- **Biologian ja maantieteen opettajien liitto BMOL ry.**
- **Filosofian ja elämänkatsomustiedon opettajat FETO ry**
- **Matemaattisten aineiden opettajien liitto MAOL ry.**
- **Skepsis ry.**
- **Suomen humanistiliitto ry.**
- **Suomen Mensa ry.**
- **Suomen oppihistoriallinen seura ry.**
- **Tähtitieteellinen yhdistys Ursa ry**
- **Vapaa-ajattelijain liitto (VAL) ry.**
- **Viipurin Reaalikoulu Oy/ Maunulan yhteiskoulu ja Helsingin matematiikkalukio**
- **Paikka: Maunulan yhteiskoulu ja Helsingin matematiikkalukio, Kuusikkotie 3, 00630 Helsinki.**

MAUNULAN YHTEISKOULU Helsingin matematiikkalukio

- Maunulan yhteiskoulu perustettiin Viipurin Realikoulu -nimisenä Viipurissa 1913
- koulu muutti Helsinkiin 1940 Vaasanrinteen yksityislyseo nimisenä Helsinginkadulle
- uusi koulurakennus Maunulaan 1959
- matematiikkalukio 1995
- syksyllä 1997 lisärakennus ja saneeraus
- peruskoulun yläaste ja yksityinen lukio

Helsingin matematiikkalukio

- Matematiikkalukion opetussuunnitelmassa on panostettu matematiikan ohella luonnontieteisiin. Niiden pakollisten kurssien määrät ovat tavallista suuremmat, jotta opiskelijat ehtisivät vakuuttua luonnontieteiden merkityksestä ja innostuisivat jatkamaan niiden opiskelua.

Maailman kuvan muuttuminen

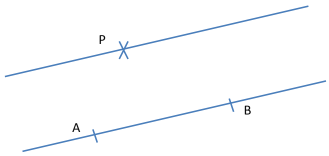
1900-luvun alkukohtaan sattuu kaksi fysiikan tutkimuksen käännekohtaa. vuonna 1900 **Max Planck** esitti kvanttihypoteesinsa. viisi vuotta myöhemmin **Albert Einstein** julkaisi ensimmäiset suhteellisuusteoreettiset tutkimuksensa. Suhteellisuusteorian pohjalla on geometriaa, vuosituhantisen geometrian perinne.

Aineistonsa laatuun nähden geometria on alkeellisin luonnontieteiden joukossa. Luonteeltaan geometria poikkeaa muusta luonnontutkimuksesta vain ilmiömaailman yksinkertaisuuden ja rajoittuneisuuden puolesta.

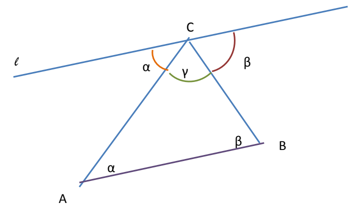
Euklidisen geometrian aksioomia ja lauseita

1. Kahden pisteen kautta kulkee täsmälleen yksi suora.
2. Jos piste P on suoran l ulkopuolella, niin pisteen P:n kautta kulkee täsmälleen yksi l-suoran suuntainen suora (paralleeli- eli yhdensuuntaisuuslause).
3. Annetun suoran a ulkopuolella olevan pisteen kautta kulkee täsmälleen yksi kohtisuora tätä suoraa vastaan.
4. Kolmion kulmien summa on kaksi suoraa kulmaa eli 180^{o}.
5. Suorakulmaisessa kolmiossa on hypotenuusalle piirretty neliö pinta-alaltaan yhtä suuri kuin kateeteille piirrettyjen neliöiden sumaa.

Paralleeli- eli yhdensuuntaisuuslause/ aksiooma



Kolmion kulmien summa on 180 °



Euklidista tasogeometriaa

Mihin perustuu käsitys, että näköavaruuden esineelliseen maailmaan kohdistuvat havaintomme ja mittauksemme antavat meille ehdottoman oikeaa tietoa geometrian ilmiöistä. Jo kysymys geometristen perusolioidenluonteesta on pulmallinen. Ajatelkaamme lausetta: **”Kahden pisteen kautta kulkee täsmälleen yksi suora.”** Sen havainnollistamiseksi tarkastamme jotain näköavaruutemme ilmiötä, joka edustaa mainittua ilmiötä. Suora esittäköön lattian rajapintaa tai piirretään paperille kaksi pistettä ja yhdistetään viivoitinta käyttäen suoralla viivalla. Opettajan ei tarvitse kauan selvittää asiaa. Jokainen tietää kyllä mikä on suora. On olemassa montakin tapaa fysikaalisen viivan suoruuden tarkastamiseksi. Mutta mitä on suoruus? Mikä on suoruuden määritelmä? Heti joudutaan vaikeuksiin.

Euklidista tasogeometriaa jatkuu

Onko kolmion kulmien summa 180°. Tulokseksi saadaan mittavirheiden rajoissa 180° Mutta onko joku virheraja, jonka alapuolella summa poikkeaa kuitenkin 180 °:sta? Tämä kolmion kulmain summa osoittautuu samaksi lauseeksi kuin kuuluisa **paralleelilause**: ”**Suoran ulkopuolella olevan pisteen kautta voidaan piirtää yksi ja vain yksi suoran suuntainen suora.”**

Väittämä vaikuttaa itsestään selvyydeltä. Väittämän kirjoittaja n. 300 vuotta ennen ajanlaskua elänyt kreikkalainen ei sitä todista. Kahden vuosituhannen ajan geometrian tutkijat pohdiskelivat paralleeliaksiooman arvoitusta pääsemättä lopulliseen ratkaisuun. 1800 luvun vaihteessa matemaatikko **Friedrich Gauss** leimasi tämän epäselvän tilanteen matematiikan jatkuvaksi skandaaliksi. Gaussin nuoruuden ystävä, unkarilainen **Frankas Bolyai** ryhtyi myös tutkimaan asiaa. Kului vuosikymmeniä Frankas Bolyain poika jatkoi tutkimuksia isän varoituksista huolimatta **János Bolyai** ja venäläinen **Nikolai Lobatševski** kehittivät **epäeuklidisen geometrian.** Myöhemmin on kehitetty myös muita epäeuklidisia geometrioita.

- Pallon pinnan geometria on epäeuklidista geometriaa. Matematiikkalukiossa FT **Jaakko Joki** opettaa pallon pinnan geometriaa, ja helppoahan se on.
- Einsteinin ennustus valon taipumisesta massiivisten kappaleiden läheisyydessä on onnistuttu toteamaan auringon pimennysten aikana. Epäeuklidinen geometria on avaruuden geometriaa.

Joistakin tieteen aloja käsittelevistä kirjoista on tullut lukumenestyksiä. Kahdeksankymmentäluvun merkkiteos oli **StephanW.Hawkingin** Ajan lyhyt historia, alkuräjähdyksestä mustiin aukkoihin.

Parhaaksi kokemani tähtitieteen historian ja maailman kaikkeuden synnyn esitys on vuonna 2004 julkaistu **Simon Singhin** kirjoittama Big Bang -teos. Se on suomennettu nimellä Alkuräjähdys. Yleistajuisessa teoksessa viehättää asioiden esittämisen selkeys, rauhallisuus ja kiihkottomuus.

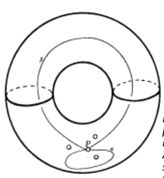
Eläkkeelle lähtiessäni sain lahjaksi Katharin Passing in ja Aleks Scholzin kirjan **Tietämättömyyden sanakirja**. Inhimillisen tiedon kartalla on hämmästyttävän paljon valkoisia läiskiä. Ensimmäinen kirja, jonka lukemisen jälkeen tiedät taatusti vähemmän kuin ennen, mainostetaan kansilehdellä.

Koulussamme on tähtikaukoputkella tiirailua varten kattoterassi. Sieltä voimme pudotella kiviä kuten Galilei Pisan tornista.

Toivotan kaikki symposion osanottajat sydämellisesti tervetulleiksi. Toivon työn iloa, antoisia keskusteluja, virkistävää seminaaria! Tervetuloa!

Maailma pallon sisässä

- Tämän nettiversion loppuun liitän Rolf Nevanlinnan tarinan pallon ja renkaan sisältämistä kuvitteellisista maailmoista. Me ulkopuoliset tarkkailijat näemme heti tämän rengasmaailman "epäeuklidisen" topologisen rakenteen. Mutta miten lie pienoismaalimamme asukkaiden laita?
- *"Ajatelkaamme, että edessämme on lasipallo, jonka sisällä eläisi pieniä kuviteltuja olioita fysikaalisissa olosuhteissa, jotka poikkeavat omistamme seuraavalla tavalla: Kun kappale tuossa pienoismaailmassa liikkuu, näkisimme sen koon muuttuvan, siten, että se pallon rajapintaa lähestyessä supistuisi. Näin supistuisivat myös pienoisihmisten käyttämät "metrimitat", mutta he itsekin muuttuisivat vastaavasti, eivätkä lainkaan huomaisi supistumisilmiötä. Kulkiessaan "tasaisella nopeudella" kohti pallonpintaa he meidän, ulkopuolisten tarkkailijoiden, mielestä liikkuisivat yhä hitaammin. Jos otaksumme, että metrimitat supistuisivat rajatta, yhä pienemmiksi, mitä lähemmäksi pallonpintaa tullaan, ei tuota rajapintaa koskaan saavutettaisi: se edustaisi "äärettömän kaukaista" tämän pienoismaailman kannalta. Jos koetamme eläytyä näiden pienolioiden käsityksiin, vakuuttaudumme siitä, että he tämän mukaisesti käsittäisivät avaruutensa, johon he ovat suljettuja, äärettömäksi, kuten mekin käsitämme omanne, ja ainakin sikäli olisi heidän avaruuskäsityksensä "euklidinen tai Eukleideen tapainen.*
- *(Rolf Nevanlinna)*



Kuvio 3

Rengasmaailma

Mutta muuttakaamme nyt hiukan tuota kuviteltua pienoismaailmaa. Sen muodostaa tällä kertaa lasirenkaan rajoittama, autonpyörän muotoinen tila, kuten kuvio osoittaa. Ajatellaan edelleen, että tässäkin pienoismaailmassa vallitsisi samanlainen supistumisilmiö kuin äsken. Jälleen renkaan pinta tämän eläjän kannalta olisi "äärettömän kaukana".

Kuitenkin tällä rengasavaruudella on oleellisesti toisenlainen geometrinen rakenne kuin aikaisemmalla pallomaailmalla tai omalla euklidisella avaruudellamme. Jälkimmäisellä on näet seuraava ominaisuus. Jos avaruuden jostain pisteestä P kulkee sulkeutuva silmukka, niin tätä silmukkaa voidaan jatkuvasti supistaa, niin että se lopulta yhtyy pisteeseen P. Tämä ilmiö, joka siis on ominainen euklidiselle avaruudelle, ei rengasmaailmassa pidä paikkaansa. Tosin on siinäkin silmukoita (kuten α kuviossa), jotka voidaan supistaa pisteeksi (P). mutta näin ei ole silmukan β laita, joka kerran kiertää renkaan sisällä ja sitten palaa alkupisteeseen P. Miten hyväänsä sitä supistetaan tai venytetään, kuitenkaan sitä katkaisematta, se aina jää kiertämään rengasta, eikä kokonaisuudessaan voi joutua pisteen P välittömään läheisyyteen. Tässä suhteessa rengasavaruus ei ole euklidinen."

(Rolf Nevanlinna)

Esityksen lähteet:

1. Akateemikko **Rolf Nevanlinna** piti yliopiston konsistorin pyynnöstä 1962 Einsteinin suhteellisuusteoriaa käsittelevän luentosarjan. Kirjana se ilmestyi vuonna 1964. **Rolf Nevanlinna: Suhteellisuusteorian periaatteet**, Universitas -sarja, kustantaja WSOY. Suosittelen lukemaan.

2. **Jaakko Joki** Ulkoluvusta hahmottavaan geometriaan, Joensuun yliopiston matematiikan laitos, didaktisen matematiikan sarja, väitöskirja