3 pistettä

1. Mikä on lukujen 20102010 ja 2010 osamäärä?

A) 11 B) 101 C) 1001 D) 10001 E) osamäärä ei ole kokonaisluku

Ratkaisu: *10001*

2. Ilkan pisteet testistä olivat 85 % testin maksimipistemäärästä ja Timon 90 %. Timo sai kuitenkin testistä vain yhden pisteen enemmän kuin Ilkka. Mikä oli tämän testin maksimipistemäärä?

A) 5 B) 17 C) 18 D) 20 E) 25

Ratkaisu: *JOKO: Merkitään maksimipistemäärää kirjaimella p:*

$$\begin{aligned} 0{,}85p + 1 &= 0{,}9p \\ 1 &= 0{,}05p \\ p &= 20 \end{aligned}$$

. *TAI päätellään:* $5\% \mathrel{\widehat{=}} 1$ *piste*, $10\% \mathrel{\widehat{=}} 2$ *pistettä*, $100\% \mathrel{\widehat{=}} 20$ *pistettä* .

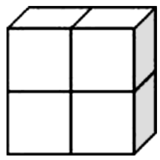
3. Lukujen summa on sama molemmilla riveillä. Mikä luku on *:n paikalla?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	*

A) 1010 B) 1020 C) 1910 D) 1990 E) 2020

Ratkaisu: *Alarivin näkyvissä olevien lukujen summa on 10 · 10 = 100 suurempi kuin ylärivin vastaavilla paikoilla olevien lukujen summa, joten puuttuva luku on 2010 – 100 = 1910.*

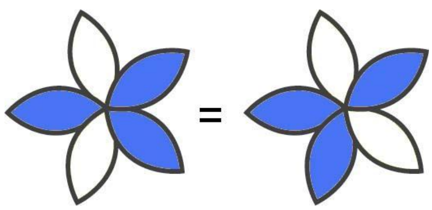
4. Kuvassa oleva kappale on rakennettu neljästä samanlaisesta kuutiosta. Jokaisen kuution kokonaispinta-ala on 24 cm^2. Mikä on kuvan kappaleen kokonaispinta-ala?



A) 80 cm^2 B) 64 cm^2 C) 40 cm^2 D) 32 cm^2 E) 24 cm^2

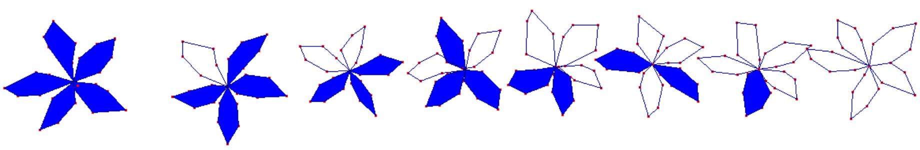
Ratkaisu: *Yhden pikkukuution tahkon pinta-ala on 24* cm^2 *: 6 = 4* cm^2*. Kuvan kappaleen pinta koostuu 16:sta pikkutahkosta. 16 x 4* cm^2 *= 64* cm^2*.*

5. Ilonan kukassa on 5 terälehteä. Ilona haluaa värittää kukan, mutta hänellä on käytössään vain kaksi väriä – valkoinen ja sininen. Kuinka monta erilaista kukkaa Ilona voi tehdä, jos hän värittää yhden terälehden kokonaan aina yhdellä värillä? Kukkaa kääntämällä saadut väritykset lasketaan samaksi kukaksi (kuva).

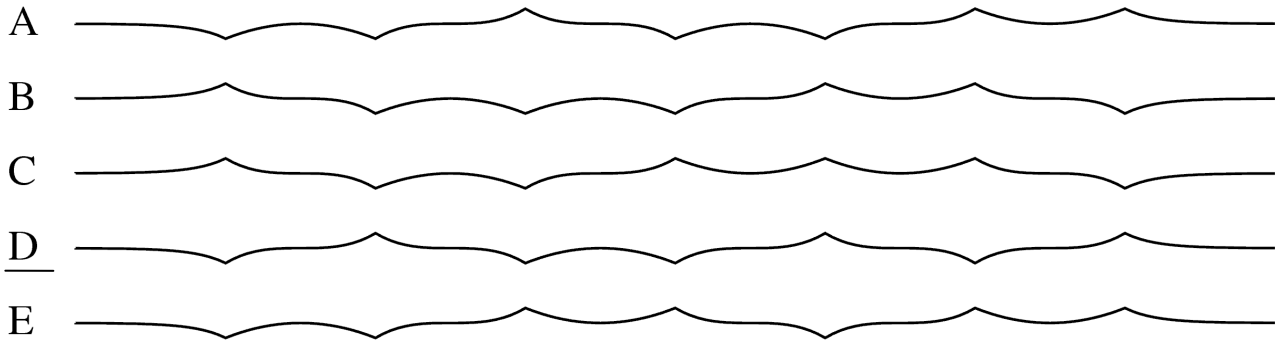


A) 6 B) 7 C) 8 D)9 E) 10

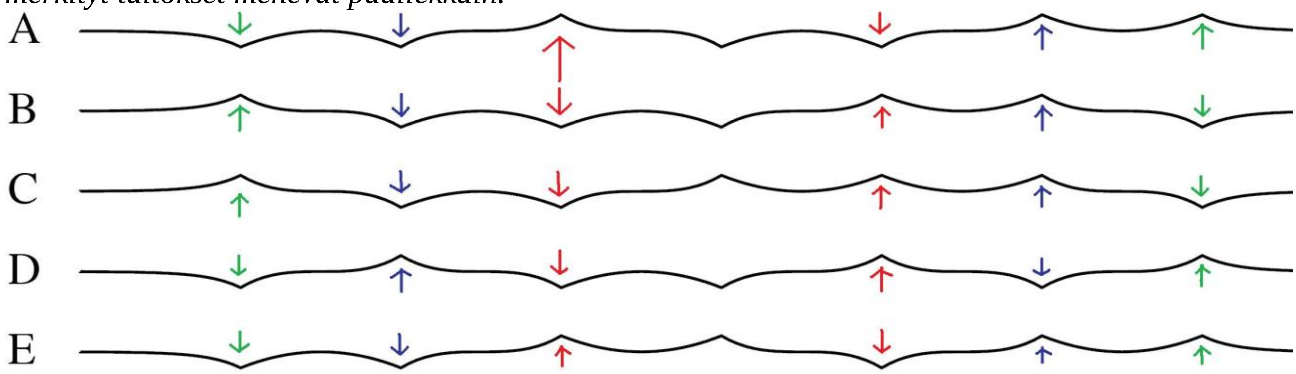
Ratkaisu: *8 kukkaa*



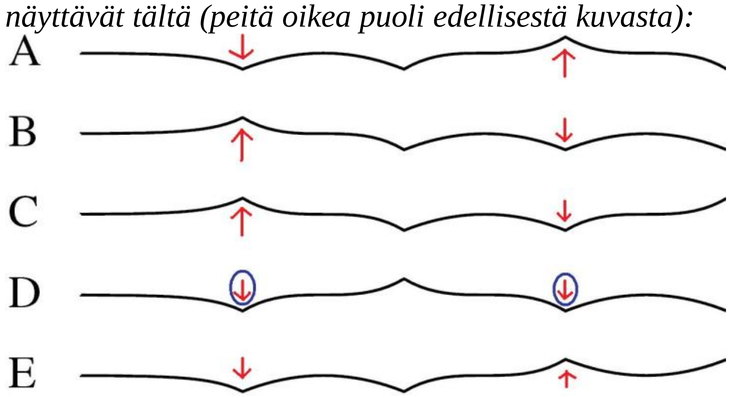
6. Paperisuikale taitetaan kolmesti kahtia ja avataan sitten takaisin suoraksi, jolloin taitokset jäävät näkyviin. Mikä seuraavista paperisuikaleista ei voi olla taiteltu tällä tavalla?



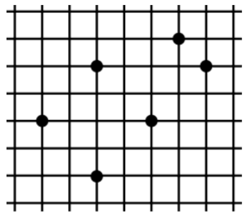
Ratkaisu: *Kun paperisuikale taitetaan keskeltä kahtia, on taitoksen vasemmalla puolella olevien ylöspäin suuntautuvien taitosten suuntauduttava oikealla puolella alaspäin, ja vastaavasti vasemmalla alaspäin olevien taitosten oltava oikealla ylöspäin. Kuvassa samanvärisillä nuolilla merkityt taitokset menevät päällekkäin.*



Ensimmäinen taitos onnistuu siis kaikilla paperisuikaleilla. Ensimmäisen taitoksen jälkeen suikaleet näyttävät tältä (peitä oikea puoli edellisestä kuvasta):



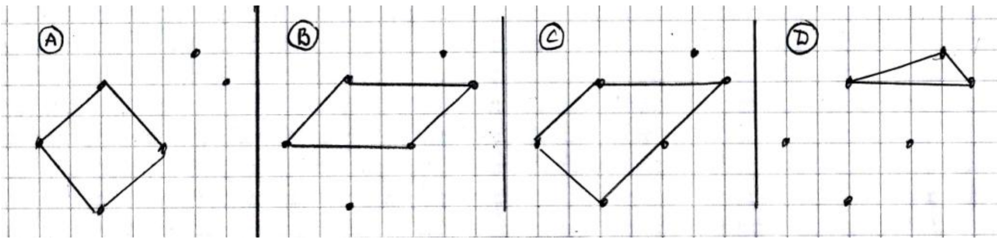
Kuvasta nähdään, että kohdan paperin D suikaletta ei ole voitu taitella tehtävässä selitetyllä tavalla.

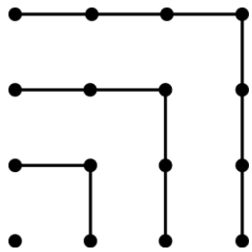


7. Ruutupaperille on merkitty kuvassa näkyvät pisteet. Mitä kuviota on mahdotonta piirtää niin, että kuvion kaikki kärkipisteet sijoitetaan näihin pisteisiin?

A) neliötä
B) suunnikasta, joka ei ole neljäkäs
C) puolisuunnikasta
D) tylppäkulmaista kolmiota
E) kaikki kuviot A – D on mahdollista piirtää.

Ratkaisu: *Kaikki kuviot A – D on mahdollista piirtää.*





8. Kuvasta huomataan, että 1 + 3 + 5 + 7 = 4 x 4.
Kuinka paljon tämän mukaan on 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17?

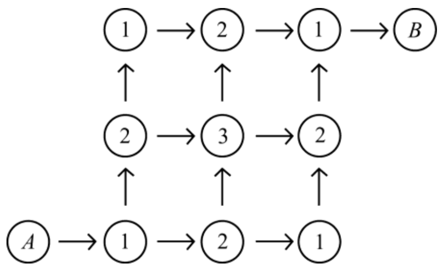
A) 14 x 14 B) 9 x 9 C) 4 x 4 x 4 D) 16 x 16 E) 4 x 9

Ratkaisu: *Kuvan havainnollistuksen mukaan n ensimmäisen parittoman kokonaisluvun summa on* n^2. *(Tämän voi todistaa myös induktiolla.) Siis* $1+3+...+17=9\times 9$.

9. Pirkko-täti on lomalla Veronassa ja hän aikoo kävellä kaikkia viittä vanhaa siltaa pitkin Adige-joen yli. Hän lähtee kävelylle rannalla olevalta hotelliltaan ja kun hän palaa hotelliin, hän on ylittänyt kaikki viisi siltaa ainakin kerran. Muiden siltojen yli hän ei ole kulkenut. Kävellessään hän ei nähnyt joessa yhtään saarta. Kävelyllään hän ylitti joen *n* kertaa.
Mikä alla olevista luvuista sopii luvuksi *n*?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Ratkaisu: *Koska Pirkko-täti palaa takaisin holteellin, joenylityksiä on parillinen määrä ja enemmän kuin 5, siis 6.*



10. Kuljetaan paikasta *A* paikkaan *B* nuolien suuntaan ja lasketaan kaikkien vastaan tulevien lukujen summa. Kuinka monta erilaista summaa näin voi saada?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Ratkaisu: *Reunoja pitkin summa on aina sama luku (7). Jos kuljetaan keskiruudun kautta saadaan eri summa (9). Muita vaihtoehtoja ei ole. Vastaus: 2*

4 pistettä

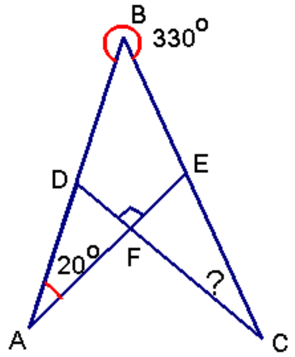
11. Opettaja kertoo tänään kengurukilpailupäivänä, että hänen ikänsä ja hänen isänsä ikien tulo on 2010. Minä alla olevista vuosista voi olla opettajan syntymävuosi?

A) 1943 B) 1953 C) 1980 D) 1995 E) 2005’

Ratkaisu: *2010 = 2 · 1005 = 3 · 670 = 5 · 402 = 6 · 335 = 10 · 201 = 15 · 134 = 30 · 67*
Ainoa mahdollisuus on, että opettaja on 30 vuotta ja hänen isänsä 67 vuotta.
Koska 2010 – 30 = 1980, se voi olla opettajan syntymävuosi.

12. Kuinka monta astetta kysymysmerkillä merkitty kulma on?

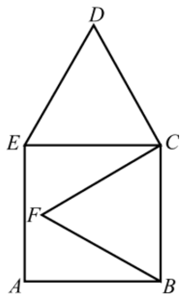
A) 10º B) 20º C) 30º D) 40º E) 50º



Ratkaisu: $\angle ADF = 70^o$ *joten* $\angle FDB = 180^o - 70^o = 110^o$
. $\angle DBE = 360^o - 330^o = 30^o$.
Kolmiosta DBC saadaan kysytty kulma DCB $= 180^o - 110^o - 30^o = 40^o$

13. Kuinka monta sellaista luonnollista lukua on, joiden numeroiden summa on 2010 ja numeroiden tulo on 2?

A) 2010 B) 2009 C) 2008 D) 1005 E) 1004



Ratkaisu: *Koska tulo on 2, luvussa on 1 kpl kakkosia ja kaikki loput ovat ykkösiä. Jotta summa olisi 2010, ykkösiä tarvitaan 2010 - 2 = 2008. Kakkonen voi sijaita luvun alussa tai lopussa (2 eri lukua) tai kahden ykkösen väissä (2007 eri lukua). Siis lukuja on yhteensä 2 + 2007 = 2009.*

14. *ABCE* on neliö ja *BCF* ja *CDE* ovat tasasivuisia kolmioita. Jos *AB* =1, kuinka pitkä on *FD*?

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}-1$ E) $\sqrt{6}-1$

Ratkaisu*: Koska kolmio BFC on tasasivuinen, kulma FCB =* 60^o.
Kulma ECF = $90^o - 60^o = 30^o$. *Tällöin kulma DCF =* $60^o + 30^o = 90^o$.
Koska AB = 1, myös CF = 1 ja DC = 1 (ABCE on neliö. FC ja DC ovat tasasivuisten kolmioiden sivuja.). FD on hypotenuusa tasasivuisessa suorakulmaisessa kolmiossa, jonka kateettien pituus on 1, joten FD = $\sqrt{2}$.

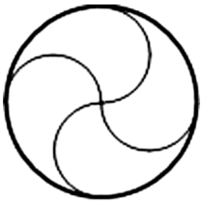
15. Erään kuukauden kolme tiistaita osuivat parillisille päiville. Mikä viikonpäivä on tämän kuukauden 21. päivä?

A) keskiviikko B) torstai C) perjantai D) lauantai E) sunnuntai

Ratkaisu: *Koska viikossa on 7 päivää, joka toinen tiistai osuu parilliselle ja joka toinen parittomalle päivälle. Jos 1. päivä on tiistai, saadaan tiistaipäiviksi 1, 8, 15, 22, ja 29, eli vain 2 parillista päivää. Jos 1. tiistai on 2. päivä, saadaan tiistaipäiviksi 2, 9, 16, 23 ja 30, mikä on mahdollista. Jos 23. on tiistai, 21. on silloin sunnuntai.*

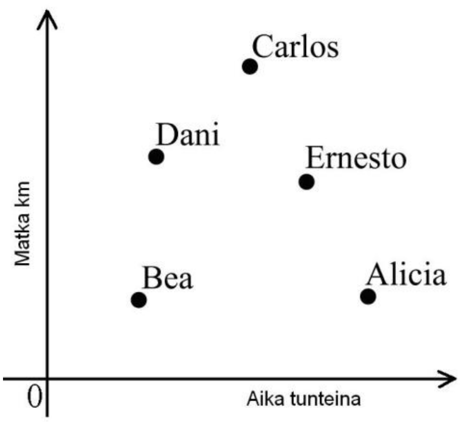
16. Ympyrän säde on 4. Ympyrä jaetaan yhteneviin osiin kaarilla, joiden säde on 2. Mikä on yhden tällaisen osan piiri?

A) 2π B) 4π C) 6π D) 8π E) 12π



Ratkaisu: *Yhtä osaa rajaavat neljäsosa alkuperäisestä ympyrästä ja kaksi pienemmän ympyrän puolikasta. Piiri =* $\frac{1}{4}\cdot 2\pi\cdot 4+2\pi\cdot 2=6\pi$

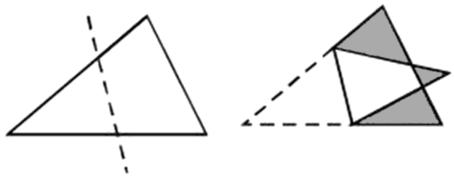
17. Koordinaatistossa on esitetty viiden oppilaan juoksemat matkat ja siihen kuluneet ajat. Kuka oli nopein?



A) Alicia B) Bea C) Carlos
D) Dani E) Ernesto

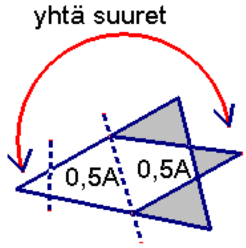
Ratkaisu: $nopeus=\frac{matka}{aika}$. *Kuvassa nopeimmalla on siis korkeuden suhde pituuteen on suurin.*
Vastaus: Dani

18. Kolmio taitetaan pitkin katkoviivaa. Kolmion pinta-ala on 1,5 kertaa taittamalla syntyneen 7-kulmion pinta-ala. Kuvassa on varjostettu seitsenkulmio yhtä osaa lukuun ottamatta. Varjostettujen 7-kulmion osien yhteenlaskettu pinta-ala on 1. Mikä on alkuperäisen kolmion pinta-ala?



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) ei voida laskea näistä tiedoista

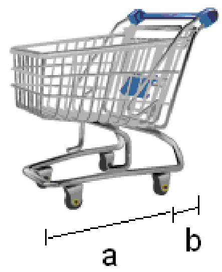
Ratkaisu: *Merkitään taittamalla syntyneen kuvion pinta-alaa kirjaimella A. Varjostettu osa tästä kuviosta on 1. Kolmion pinta-ala on 1,5A. Koska taitettaessa valkoinen alue on kaksinkerroin ja taitettuna pinta-ala on A, kolmion alasta katoaa taitettaessa 0,5A eli valkoisen alueen pinta-alan taitetussa kuvassa täytyy olla 0,5A. Alkuperäinen kolmio koostuu siis kahdesta 0,5A:n kokoisesta palasta ja varjostetuista osista, joten varjostettujen osienkin pinta-ala on 0,5A. Siis 0,5A = 1 eli koko kolmion pinta-ala 1,5A = 3.*



19. Marketin pihalla on kaksi jonoa tiukkaan pakattuja ostoskärryjä. Toisessa jonossa on kymmenen ostoskärryä ja jonon pituus on 2,9 m. Toisessa jonossa on 20 kärryä ja jonon pituus on 4,9 m. Kuinka pitkä yksi ostoskärry on?

A) 0,8 m B) 1 m C) 1,1 m D) 1,2 m E) 1,4 m

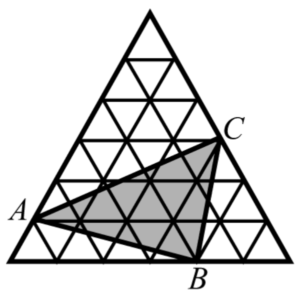
Ratkaisu: *Merkitään kärryn pituutta a + b, missä a on ensimmäisen kärryn pituudesta etupää siihen asti, mistä toinen kärry tulee esiin ja b on loppuosa kärryä eli samalla myös muista kärryistä esiin pistävän osan pituus.. Tällöin kärryjonojen pituuksille saadaan yhtälöt*



$$\begin{cases} a + 10b = 2{,}9 \\ a + 20b = 4{,}9 \end{cases}$$

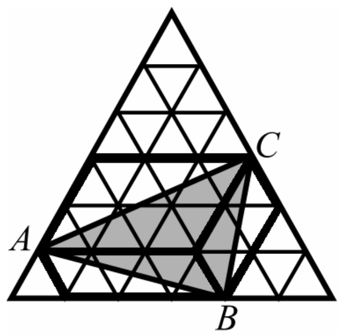
Yhtälöparin ratkaisu on a = 0,9 ja b = 0,2, joten kärryn pituus a + b = 1,1.

20. Iso tasasivuinen kolmio koostuu 36 pikkukolmiosta, joiden jokaisen pinta-ala on 1 cm^2. Mikä on varjostetun kolmion pinta-ala?



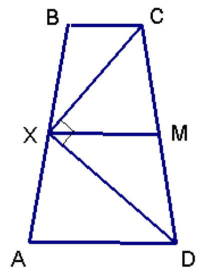
A) 11 cm^2 B) 12 cm^2 C) 13 cm^2 D) 14 cm^2 E) 15 cm^2

Ratkaisu: *Kolmion kukin sivu on eri suunnikkaan lävistäjä, kuten kuvaan on merkitty. Kukin sivu puolittaa yhden suunnikkaista, joten kolmion ala on puolet suunnikkaiden kokonaisalasta eli* $\frac{12+6+4}{2} = 11$ *pienen kolmion alaa.*



5 pistettä

21. Piste X on tasakylkisen puolisuunnikkaan $ABCD$ kyljen AB keskipiste, $BX = 1$ ja kulma $CXD = 90°$. Laske puolisuunnikkaan $ABCD$ piiri.

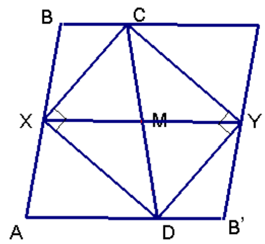


A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) ei voi laskea näillä tiedoilla

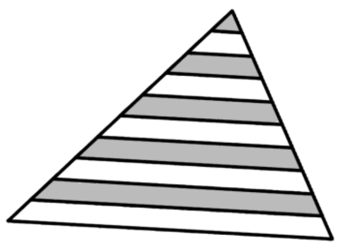
Ratkaisu:

Koska kulma CXD = 90°, pisteiden D, X ja C kautta voidaan piirtää ympyrä, jonka keskipiste on janan CD keskipiste M.
Ympyrän säde on MX = MC = MD. Koska puolisuunnikas on tasakylkinen ja X on sivun AB keskipiste, MD = AX = 1 ja MC = XB = 1.
Tästä voidaan jatkaa kahdella eri tavalla:
TAPA 1:
Janan XM pituus on kantojen AD ja BC pituuksien keskiarvo. Tämän voi perustella esim. vektoreilla:
$\overline{XM} = \overline{XB} + \overline{BC} + \overline{CM}$ *ja* $\overline{XM} = \overline{XA} + \overline{AD} + \overline{DM} = -\overline{XB} + \overline{AD} - \overline{CM}$, *josta laskemalla yhtälöt puolittain yhteen saadaan* $2\overline{XM} = \overline{BC} + \overline{AD}$.
Siis $\left|\overline{BC}\right| + \left|\overline{AD}\right| = 2\left|\overline{XM}\right| = 2$ *ja koko puolisuunnikkaan piiri on*
$BC + AD + 2BX + 2DM = 2 + 2 + 2 = 6$.

TAPA 2: Peilataan kuvio pisteen M suhteen. Koska CXD on suorakulmainen kolmio, CXDY on suorakulmio. Lävistäjän XY pituus on 2. Toisaalta XY = AB´ = AD + BC, joten puolisuunnikkaan kantojen summa on 2. Kummankin kyljen pituus oli 2, joten piiri on 6.



22. Kolmion kannan suuntaiset janat jakavat kolmion kyljet 10:een yhtä pitkään osaan. Kuinka monta prosenttia kolmion pinta-alasta on väritetty harmaaksi?



A) 42,5% B) 45% C) 46% D) 47,5% E) 50%

Ratkaisu: *Ylin harmaa kolmio on alkuperäisen kanssa yhdenmuotoinen ja mittakaavaltaan kymmenesosa, siis alaltaan* $0{,}1^2 = 1\%$ *koko kolmiosta. Seuraavan harmaan raidan ala voidaan laskea kahden kolmion alan erotuksena: se on* $0{,}3^2 - 0{,}2^2 = 9\% - 4\%$ *koko kolmion alasta. Vastaavasti harmaiden alueiden kokonaisala on*

$$0{,}1^2 + (0{,}3^2 - 0{,}2^2) + (0{,}5^2 - 0{,}4^2) + (0{,}7^2 - 0{,}6^2) + (0{,}9^2 - 0{,}8^2) =$$
$$1\% + (9\% - 4\%) + (25\% - 16\%) + (49\% - 36\%) + (81\% - 64\%) = 45\%.$$

23. Kuinka monta sellaista kokonaislukua n väliltä [1, 100] löytyy, joille n^n on kokonaisluvun neliö?

A) 5 B) 50 C) 55 D) 54 E) 15

Ratkaisu: *Jokainen parillinen luku korotettuna parilliseen potenssiin on kokonaisluvun neliö. Välillä [1, 100] on 50 parillista lukua. Lisäksi parittomat luvut 1, 9, 25, 49 ja 81 ovat kokonaisluvun neliöitä.*

Vastaus: 55

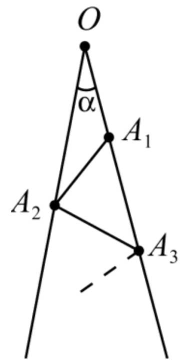
24. Vedenhaltija Ahdilla on palveluksessaan 6-, 7- ja 8-lonkeroisia mustekaloja. Seitsenlonkeroiset mustekalat valehtelevat aina, 6- ja 8-lonkeroiset puhuvat aina totta. Eräänä päivänä neljä mustekalaa laskivat lonkeroitaan.
Sininen mustekala sanoi: Meillä on yhteensä 28 lonkeroa.
Vihreä mustekala sanoi: Meillä on yhteensä 27 lonkeroa.
Keltainen mustekala sanoi: Meillä on yhteensä 26 lonkeroa.
Punainen mustekala sanoi: Meillä on yhteensä 25 lonkeroa.
Minkä värinen mustekala puhui totta?

A) punainen B) sininen C) vihreä D) keltainen E) ei mikään

Ratkaisu: *Mustekaloja on neljä. Koska kaikki väitteet ovat erilaisia, valehtelijoita eli 7-lonkeroisia on ainakin kolme ja valehtelijoilla on 3 x 7 = 21 tai 4 x 7 = 28 lonkeroa.*
Sinisen väite: 28 lonkeroa. Kaikki ovat valehtelijoita. Ei kelpaa koska silloin sininen puhuisi totta.
Vihreän väite: 27 – 21 = 6, 6-lonkeroinen puhuu totta, kelpaa.
Keltaisen väite: 26 – 21 = 5, neljännellä liian vähän lonkeroita, ei kelpaa.
Punaisen väite: 25 – 21 = 4, neljännellä liian vähän lonkeroita, ei kelpaa.

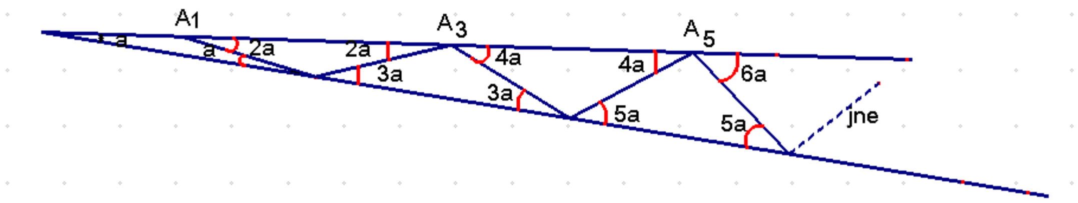
Vastaus: vihreä

25. Kuvassa α = 7° ja janat OA_1, A_1A_2, A_2A_3, ... ovat kaikki yhtä pitkiä. Piirtämistä jatketaan niin pitkälle kuin mahdollista. Mikä on sen pisteen A_n alaindeksi n, joka sijaitsee kauimpana kulman α kärkipisteestä O?



A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) piirtämistä voi jatkaa rajattomasti

Ratkaisu:



Piirrettäessä muodostuu tasakylkisiä kolmioita, joiden kulmat kasvavat kuvan mukaisesti. Piirtämistä voidaan jatkaa niin kauan kuin na < 90°, missä n on luonnollinen luku. Koska a = 7°, saadaan n < $\frac{90^o}{7^o} < 13$. *Kauimpana sijaitseva piste on sen kolmion kannan toinen kärkipiste, jossa kantakulmat ovat* $12 \cdot 7^o = 84^o$. *Pisteen alaindeksi on silloin 12 + 1 = 13. Jos piirtämistä jatketaan tämän jälkeen, aletaan kulkea takaisinpäin ja lähestyä kulman kärkeä. Piirtäminen päättyy, kun tullaan niin lähelle kärkeä, että janan* OA_1 *mittaista janaa ei voida enää piirtää.*

26. Erään lukujonon kolme ensimmäistä jäsentä ovat 1, 2 ja 3. Neljännestä jäsenestä alkaen lukujonon luvut lasketaan kolmen edellisen jäsenen avulla niin, että kolmas luku vähennetään kahden edellisen luvun summasta.
Saadaan jono, joka alkaa 1, 2, 3, 0, 5, –2, 7, … Mikä on jonon 2010. jäsen?

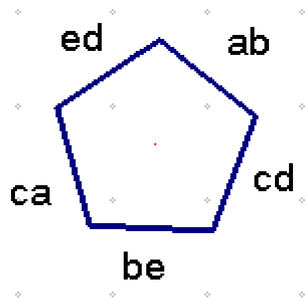
A) –2006 B) 2008 C) –2002 D) –2004 E) joku muu luku

Ratkaisu: *Jatketaan lukujonoa:*
5 + (-2) – 7 = -4
-2 + 7 –(-4) = 9
7 + (-4) – 9 = -6
Jono näyttää jatkuvan 5, -2, 7, -4, 9, -6, 11, -8, 13, -10, …eli jonon parilliset jäsenet ovat
2, 0, -2, -4, -6, -8,…, 2 – 2(n : 2– 1),
joten 2010. jäsen on 2 – 2(n : 2– 1) = 4 – n = 4 – 2010 = -2006
Huom: Yllä olevassa ratkaisussa lähdetään siitä, että nyt on tarkoitus nopeasti löytää vastaus annettujen vastausten joukosta. Jonon parillisille jäsenille voi johtaa analyyttisen lausekkeen, joka on $a_{2n} = (n-1)a_1 + a_2 - (n-1)a_3$.

27. Viisikulmion jokaiselle sivulle on kirjoitettu yksi luku. Viereisillä sivuilla olevien lukujen suurin yhteinen tekijä on 1. Jos luvut eivät sijaitse viereisillä sivuilla, niillä on yhteinen tekijä, joka on suurempi kuin yksi. On useita mahdollisuuksia muodostaa nämä viisi lukua. Mikä alla olevista luvuista ei kuitenkaan voi olla yksi näistä viisikulmion luvuista?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

Ratkaisu: *Ratkaisuksi kelpaavat luvut ovat kuvassa esitettyä muotoa. missä jokainen kahden luvun tulo on muodostettu luvuista, joilla ei ole yhteisiä tekijöitä. Luvuiksi a, b, c, d, ja e kelpaavat esimerkiksi alkuluvut, mutta myös vaikkapa luvut 4, 15, 49, 121 ja 169. Kohdan A luku 16 ei voi olla viisikulmion sivulla, koska sitä ei voi jakaa lukua 1 suurempiin tekijöihin, joilla ei ole yhteistä tekijää. Muut luvut on mahdollista jakaa näin:*
18 = 2 x 9, 20 = 5 x 4, 22 = 2 x 11 ja 24 = 3 x 8.



Vastaus : 16

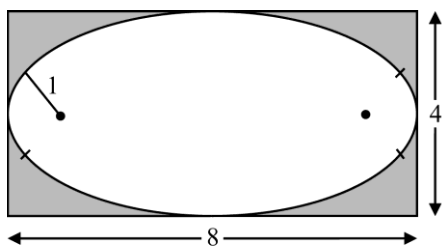
28. Kuinka monta sellaista kolminumeroista lukua on olemassa, että luvun keskimmäinen numero on luvun kahden muun numeron keskiarvo?

A) 9 B) 12 C) 16 D) 25 E) 45

Ratkaisu: *Lukuja on 45 kpl*

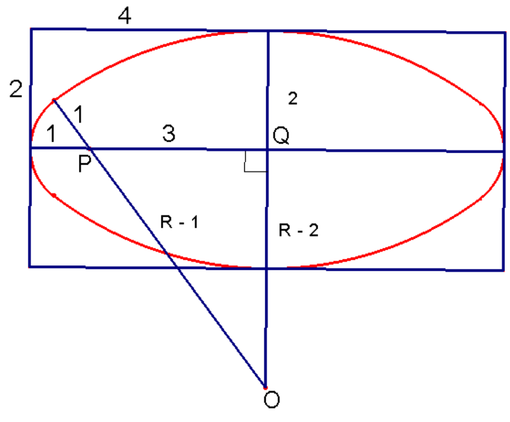
111	210	321	420	531	630	741	840	951
123	222	333	432	543	642	753	852	963
135	234	345	444	555	654	765	864	975
147	246	357	456	567	666	777	876	987
159	258	369	468	579	678	789	888	999

29. Kuvan soikio muodostuu neljästä ympyränkaaresta, joilla on liitoskohdissa yhteinen tangentti. Vasemman ja oikean reunan kaaret ovat samanlaiset, samoin ylhäällä ja alhaalla olevat kaaret. Soikiolla on siis vaakasuora ja pystysuora symmetria-akseli. Soikion ympäri on piirretty suorakulmio, jonka sivujen pituudet ovat 4 ja 8. Sivuilla olevien ympyränkaarien säde on 1. Mikä on soikion ylä- ja alaosassa olevien ympyränkaarien säde?



A) 6 B) 6,5 C) 7 D) 7,5 E) 8

Ratkaisu: *Koska liitoskohtaan voidaan piirtää yhteinen tangentti, tangentille piirretty normaali kulkee molempien ympyröiden keskipisteiden kautta. Kolmio POQ on suorakulmainen, joten isomman ympyrän säde R saadaan Pythagoraan lauseella.*
$(R-1)^2 = 3^2 + (R-2)^2$, *josta R = 6.*



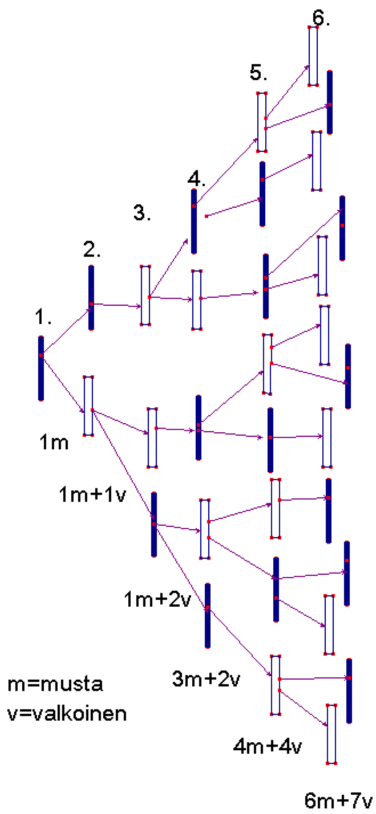
30. Kuvan viivakoodissa on vuorotellen mustia ja valkoisia raitoja. Viivakoodi alkaa aina mustalla ja päättyy mustaa raitaan. Sekä mustien että valkoisten raitojen leveys on 1 tai 2. Koko viivakoodin leveys on 12. Koodia luetaan aina vasemmalta oikealle. Kuinka monta erilaista koodia on mahdollista muodostaa?

A) 24   B) 132   C) 66   D) 12   E) 116

Ratkaisu:

Tapa 1:

Jos ajatellaan, että viivan leveys on aina 1 niin viivakoodissa voi olla enintään kaksi samanväristä viivaa peräkkäin, sitten viivan väri vaihtuu. Ensimmäinen viiva vasemmalta on aina musta, samoin 12. viiva oikealla. Kuvassa on hahmoteltu kaikki vaihtoehdot kuudelle ensimmäiselle viivalle.



Tutkitaan, miten n:nnen viivan väri määräytyy:
$n = 1$, viiva on musta
$n = 2$, viiva voi olla musta tai valkoinen
$n > 2$
Huomataan, että viiva voi olla musta, jos viiva $n-1$ on valkoinen tai jos viiva $n-2$ on valkoinen.
Vastaavasti, jos viiva $n-1$ on musta tai viiva $n-2$ on musta, viiva n voi olla valkoinen.

Merkitään mustaan päättyvien vaihtoehtojen määrää sarakkeessa n a_n ja valkoiseen päättyvien vaihtoehtojen määrää b_n. Saadaan jonot

(a_n) $a_1=1,\ a_2=1,\ a_n=b_{n-1}+b_{n-2}$ kun $n>2$

(b_n) $b_1=0,\ b_2=1,\ b_n=a_{n-1}+a_{n-2}$, kun $n>2$

viivakoodin sarake	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*
mustaan päättyvät vaihtoehdot a_n	*1*	*1*	*1*	*3*	*4*	*6*	*11*	*17*	*27*	*45*	*72*	***116***
valkoiseen päättyvät vaihtoehdot b_n	*0*	*1*	*2*	*2*	*4*	*7*	*10*	*17*	*28*	*44*	*72*	*-*

Huom: jono $a_n + b_n = (b_{n-1} + b_{n-2}) + (a_{n-1} + a_{n-s}) = (a_{n-1} + b_{n-1}) + (a_{n-s} + b_{n-2})$ alkaa 1, 2, 3, 5, 8,… ja on tästä eteenpäin Fibonaccin jono. Ehto ”viimeisessä sarakkeessa on musta viiva” rajaa kuitenkin viimeisestä termistä pois kaikki valkoiseen päättyvät vaihtoehdot.

Tapa 2:

Jos aletaan piirtää kaaviota sallituista värivaihtoehdoista viivoille 12…7 oikealta vasemmalle, saadaan sama kuva kuin Tapa 1.ssä, mutta peilikuvana. Nyt voidaan tarkastella, kuinka monta vaihtoehtoa on jatkaa sarakkeesta 6 sarakkeeseen 7 jokaisessa tapauksessa erikseen. Viereisen kuvan katkoviiva esittää kohtaa, jonka suhteen viivakoodin vasemman puolen vaihtoehdot voidaan peilata oikean puolen vaihtoehdoiksi. Ylimmästä valkoisesta viivasta on kuvassa vedetty nuolet kaikkiin mahdollisiin jatkokohtiin (6 nuolta). Kun lasketaan kaikki yhdistelmämahdollisuudet yhteen, saadaan 116 eri viivakoodia.

Vastaus: 116