Känguru 2011 Student
(gymnasiet åk 2 och 3)

Maunulan yhteiskoulu
HELSINGIN MATEMATIIKKALUKIO
i samarbete med Jan-Anders Salenius
vid Brändö gymnasium.

NAMN ________________________ KLASS / GRUPP ______

Poängsumma: _____ **Känguruskutt:** _____

Lösgör svarsblanketten.
Skriv ditt svarsalternativ under uppgiftsnumret. Lämna rutan tom om du inte vill besvara den frågan. Gissa inte, felaktigt svar ger minus 1/4 poäng av uppgiftens totala poängantal!

UPPGIFT	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SVAR										

UPPGIFT	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
SVAR										

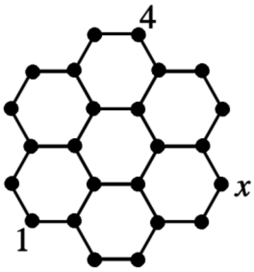
UPPGIFT	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
SVAR										

3 poäng

1.
Fotbollsklubben FC Kangaroo gjorde på tre matcher totalt tre mål. Motståndarna gjorde på dessa matcher totalt endast ett mål. Kangaroo vann en match, förlorade en och spelade en jämnt. Vilket blev slutresultatet i den match Kangaroo vann?

(A) 2-0 (B) 3-0 (C) 1-0 (D) 2-1 (E) 3-1

2.
I figuren skrivs ett tal in i stället för varje punkt så, att summan av talen i ändpunkterna på varje sträcka är densamma.



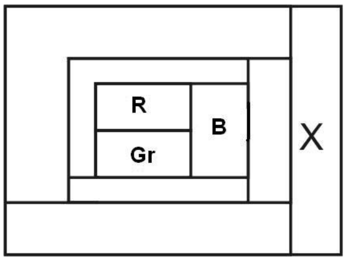
Två tal står färdig inskrivna. Vilket tal skall stå i stället för *x*?

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) tilläggsinformation behövs

3.
Tre förare deltog i en biltävling: Michael, Fernando och Sebastian. Michael ledde genast efter starten och då var Fernando tvåa och Sebastian trea. Under tävlingens gång byttes inbördes ordningen mellan Michael och Fernando 9 gånger. Ordningen mellan Fernando och Sebastian byttes 10 gånger och mellan Michael och Sebastian 11 gånger. I vilken ordning kom herrarna i mål?

(A) Michael, Fernando, Sebastian
(B) Fernando, Sebastian, Michael
(C) Sebastian, Michael, Fernando
(D) Sebastian, Fernando, Michael
(E) Fernando, Michael, Sebastian

4.
Varje område i figuren färgläggs med en färg, antingen röd (R), grön (Gr), blå (B) eller gul (Gu). Tre områden är redan färgade. Områden som ligger fast i varandra är alltid av olika färg. Vilken färg ska området **X** färgas med?

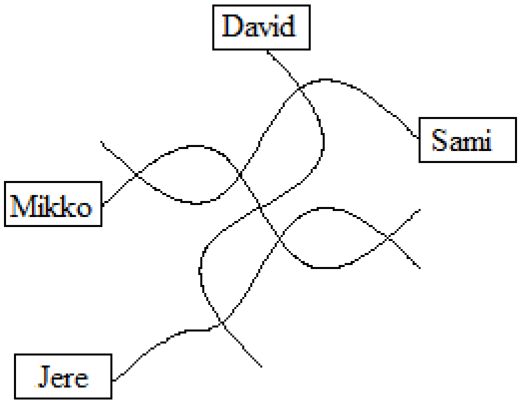


(A) röd (B) blå (C) grön (D) gul (E) kan ej bestämmas med denna information

5.
Vi vet att $2^x = 15$ och $15^y = 32$. Hur mycket är då xy ?

(A) 5 (B) $\log_2 15 + \log_{15} 32$ (C) $\log_2 47$ (D) 7 (E) $\sqrt{47}$

6.
På en båtresa försökte Joni rita en karta över sin hemby men det var hård sjögång och båten gungade. Han lyckades rita fyra gator samt de sju korsningar dessa bildar och vidare husen där hans vänner bor.
I verkligheten är Pilgatan, Spikgatan och Linjalgatan alldeles raka. Den fjärde gatan är Kurvgatan. Vem bor på Kurvgatan?

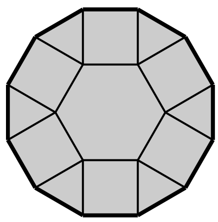


(A) David (B) Jere (C) Mikko (D) Sami (E) det kan vi inte veta på basis av denna karta

7.
Gör en lista på alla fyrsiffriga tal vars siffersumma är 4 och placera dem i ordning från det största till det minsta. Vilket tal i ordningen i listan utgör talet 2011?

(A) 6:e (B) 7:e (C) 8:e (D) 9:e (E) 10:e

8.
Vidstående figur består av en regelbunden sexhörning vars sidlängd är ett samt av sex trianglar och sex kvadrater.
Vilken omkrets har figuren?

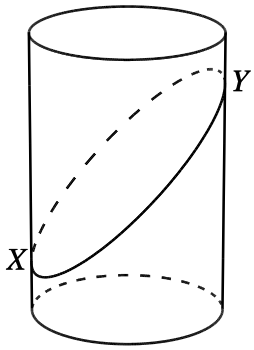


(A) $6(1+\sqrt{2})$ (B) $6(1+\frac{\sqrt{3}}{2})$ (C) 12 (D) $6+3\sqrt{2}$ (E) 9

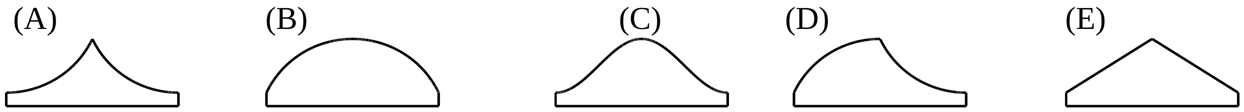
9.
48 barn for iväg på en skidresa med sina familjer. Sex av dem hade exakt ett syskon med sig, nio av dem hade exakt två syskon med sig och fyra av dem exakt tre syskon med sig. De övriga barnen hade inga syskon med sig. Hur många familjer åkte därmed med på skidresan?

(A) 19 (B) 25 (C) 31 (D) 36 (E) 48

10.
En pappersbit med formen av en rektangel viras runt en rak cirkulär cylinder. Därefter skärs pappret och cylindern enligt figuren med ett plan som går genom punkterna X och Y.



Den nedre delen av pappret viks ut. Vilken av nedanstående figur visar den situationen?



4 poäng

11.
Andrew skrev på tavlan ned alla udda tal från talet 1 till talet 2011. Bob suddade ut de av dessa tal som var delbara med tre. Hur många tal blev kvar på tavlan?

(A) 335 (B) 336 (C) 671 (D) 1005 (E) 1006

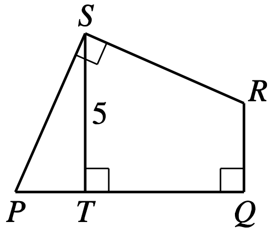
12.
Bröderna Andrej och Brano är medlemmar i en schackklubb. De berättar (sanningsenligt) följande:
Andrej: ”Alla utom fem av våra medlemmar i klubben är pojkar.”
Brano: ”I varje grupp på sex klubbmedlemmar som går att bilda finns det åtminstone fyra flickor.”
Hur många medlemmar finns det i klubben?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 12 (E) 18

13.
I ett ämbar finns bollar och på ytan av varje boll finns ett positivt heltal. På ytan av 30 bollar finns ett tal som är delbart med sex, på ytan av 20 bollar finns ett tal som är delbart med sju och på ytan av 10 bollar finns ett tal som är delbart med 42. Hur många bollar finns det åtminstone i ämbaret?

(A) 30 (B) 40 (C) 53 (D) 54 (E) 60

14.
I bilden finns fyrhörningen *PQRS*, för vilken gäller $PS = RS$, $\measuredangle PSR = \measuredangle RQP = \measuredangle QTS = 90°$, och $ST = 5$.



Vilken area har fyrhörningen *PQRS*?

(A) 20 (B) 22,5 (C) 25 (D) 27,5 (E) 30

15.
Av tre rektanglar vill man bygga en större rektangel utan öppningar eller överlappningar. Måtten på en rektangel är 7 x 11 och på en annan är måtten 4 x 8. Den tredje rektangeln bör ha så stor area som möjligt. Vilka mått har den?

(A) 1 x 11 (B) 3 x 4 (C) 3 x 8 (D) 7 x 8 (E) 7 x 11

16.
Ett flygbolag uppbär inga avgifter för resväskor upp till en viss kilogramsgräns. För varje kilogram som överstiger denna gräns betalar man ett fast pris. Herr och fru Resa betalade totalt 3 euro för sitt bagage som vägde 60 kg. Herr Strövare måste betala 10,50 € för samma mängd (i kg) bagage. Hur mycket bagage får en som reser ensam ta med sig avgiftsfritt?

(A) 10 kg (B) 18 kg (C) 20 kg (D) 25 kg (E) 39 kg

17.
Max och Hugo kastade en handfull tärningar för att bestämma vems disktur det var. Om det inte dyker upp en enda sexa, diskar Max; om det blir exakt en sexa, diskar Hugo; i övriga fall diskas det inte alls. Hur många tärningar måste man kasta för att bägge herrarna med lika stor sannolikhet hamnar att diska?

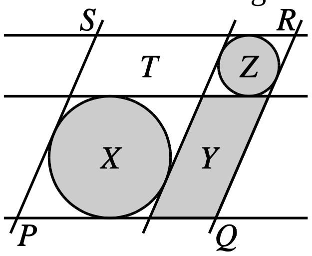
(A) 3 (B) 5 (C) 8 (D) 9 (E) 17

18.
Mike vill i ett 3 x 3 –rutfält i varje ruta skriva in ett heltal så, att summan av talen i varje 2 x 2 –rutfält är 10. Fyra siffror finns redan inskrivna.

	2	
1		3
	4	

Vilket av följande tal kunde utgöra summan av de tal som fattas?
(A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) inget av de föregående

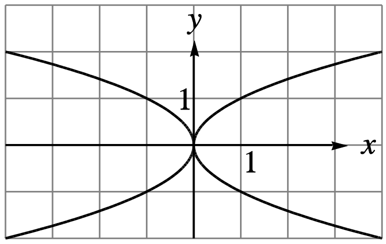
19.
I bilden finns tre vågräta linjer och tre sinsemellan parallella linjer som skär dessa.



Båda cirklarna i figuren tangerar fyra linjer enligt figuren. De skuggade areorna i figuren är *X*, *Y* och *Z*. Arean av hela parallellogrammen *PQRS* är *W*.
Vilket är det minsta antal areor av areorna *X*, *Y*, *Z* och *W*, som behövs för att ta reda på arean T?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) Arean *T* kan inte bestämmas med hjälp av areorna *X*, *Y*, *Z* och *W*.

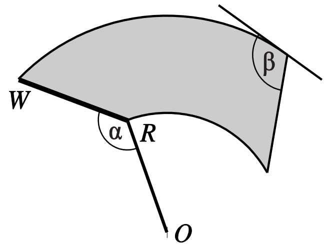
20.
Hur många av graferna till ekvationerna
$y = x^2$, $y = -x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = \sqrt{-x}$, $y = -\sqrt{-x}$, $y = \sqrt{|x|}$, $y = -\sqrt{|x|}$
förekommer i koordinatsystemet nedan?



(A) ingen (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) alla 8

5 poäng

21.
Bakvindrutetorkaren på en bil består av fjädern *RW* och av ett skaft *OR* med samma längd som fjädern. Vinkeln α mellan dessa är konstant α . Torkaren vrids kring sin axel O enligt figuren och torkar därmed det skuggade området. Hur stor är vinkeln β mellan områdets högra kant och tangenten till den böjda delen i hörnet β ?



(A) $270^o - \frac{\alpha}{2}$ (B) $180^o - \frac{\alpha}{2}$ (C) $270^o - \alpha$ (D) $90^o + \alpha$ (E) $180^o + \frac{\alpha}{2}$

22.
Sidorna *PQ*, *QR*, *RS*, *ST*, *TU* och *UP* i en sexhörning är alla tangenter till samma cirkel. Längden av sidorna *PQ*, *QR*, *RS*, *ST* och *TU* är i nämnd ordningsföljd 4, 5, 6, 7 och 8. Hur lång är sidan *UP*?

(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) går inte att bestämma med denna information

23.
Anni ritade en punkt $A = (1, -10)$ i det vanliga (x, y) –planet och en parabel $y = ax^2 + bx + c$ som går genom punkten. Sedan rev hon pappret och kvar blev endast biten i figuren nedan.

Vilket av följande påståenden kunde vara fel?

(A) $a > 0$ (B) $b < 0$ (C) $a + b + c < 0$ (D) $b^2 > 4ac$ (E) $c < 0$

24.
Vi undersöker positiva heltal *x* som är mindre än 100 och för vilka gäller att $x^2 - 81$ är delbart med 100. Vilken är summan av alla sådana heltal?

(A) 200 (B) 100 (C) 90 (D) 81 (E) 50

25.
Uttrycket $\dfrac{K \cdot A \cdot N \cdot G \cdot A \cdot R \cdot O \cdot O}{G \cdot A \cdot M \cdot E}$ utgör kvoten av två produkter, där olika bokstäver står för olika siffror. Samma bokstav på olika platser står alltid för samma siffra. Ingen av siffrorna är noll. Vilket är det minsta positiva heltalsvärde uttrycket kan ha?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7

26.
Funktionsföljden $f_1(x), f_2(x), \ldots$ satisfierar följande två villkor:

$f_1(x) = x$; och $f_{n+1}(x) = \dfrac{1}{1 - f_n(x)}$. Vilket värde antar $f_{2011}(2011)$

(A) 2011 (B) $-\dfrac{1}{2010}$ (C) $\dfrac{2010}{2011}$ (D) 1 (E) -2011

27.

Låt a, b och c vara tre positiva heltal för vilka gäller att $a^2 = 2b^3 = 3c^5$. Hur många delare har talet abc åtminstone (om man räknar med talet 1 och abc)?

(A) 30 (B) 49 (C) 60 (D) 77 (E) 1596

28.
I ett 4 x 5 –rutfält skrivs tjugo olika stora positiva heltal in i var sin ruta. Två närliggande tal (d.v.s. tal vars rutor har en gemensam sida) bör alltid ha en gemensam faktor som är större än 1. Vi betecknar det största tal som skrivs in i rutfältet med n. Vilket är det minsta möjliga värdet av talet n?

(A) 21 (B) 24 (C) 26 (D) 27 (E) 40

29.
I en låda finns röda och gröna bollar. Om vi på måfå tar två bollar ur lådan så är de av samma färg med sannolikheten $\frac{1}{2}$. Vilket av följande kunde utgöra totalantalet bollar i lådan?

(A) 81 (B) 101 (C) 1000 (D) 2011 (E) 10001

30.
En stor 3 x 3 x 3 –kub består av 27 identiska småkuber. Kuben delas med ett plan som går genom medelpunkten i kuben och som är vinkelrätt mot en av dess rymddiagonaler. Hur många småkuber skärs av detta plan?

(A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20 (E) 21