



3 pisteen tehtävät

1. Mikä luvuista on parillinen?

(A) 2009

(B) $2 + 0 + 0 + 9$

(C) $200 - 9$

(D) 200×9

(E) $200 + 9$

Ainoa parillinen on $200 \times 9 = 1800$.

2. Kuvan tähti koostuu 12 identtisestä tasasivuisesta kolmiosta. Tähdän piiri on 36 cm. Kuinka suuri on tummennetun kuusikulmion piiri?

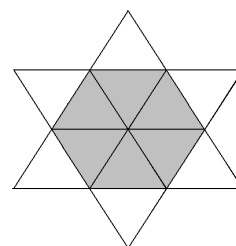
(A) 6 cm

(B) 12 cm

(C) 18 cm

(D) 24 cm

(E) 30 cm



Kunkin uloimman tasasivuisen kolmion sivuista kaksi kuuluu tähden ulkokehälle ja yksi tummennetun kuusikulmion piiriin. Kuusikulmion piiri on siis puolet tähden piiristä.

3. Harry jakaa lehtiä Pitkäkadulla. Hänen täytyy viedä lehti kaikkiin taloihin, joiden numero on pariton. Ensimmäisen talon numero on 15, viimeisen 53. Kuinka moneen taloon Harry jakaa lehtiä?

(A) 19

(B) 20

(C) 27

(D) 38

(E) 53

Talon numero 15 jälkeen on $53 - 15 = 38$ taloa joista puolet eli 19 on parittomia. Kun talo numero 15 lasketaan mukaan, saadaan 20 taloa.

4. Huoneessa on kissoja ja koiria. Kissojen tassujen lukumäärä on kaksi kertaa koirien nenien lukumäärä. Kissojen määrä on siis

(A) kaksi kertaa koirien määrä

(B) yhtä suuri kuin koirien määrä

(C) puolet koirien määrästä

(D) $\frac{1}{4}$ koirien määrästä

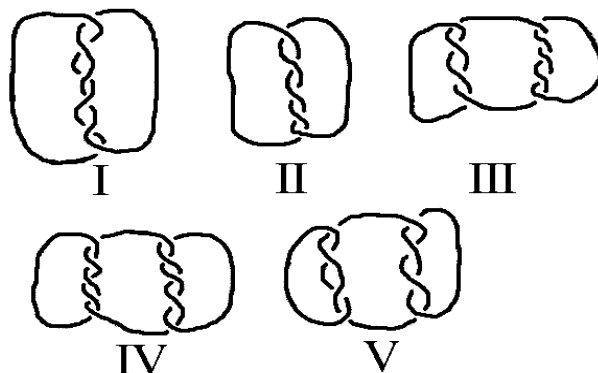
(E) $\frac{1}{6}$ koirien määrästä

Terveillä kissoilla on neljä tassua ja terveillä koirilla yksi nenä. Yhtä kissaa kohti on siis kaksi koiraa.



5. Mitkä kuviot koostuvat useammasta kuin yhdestä pätkästä narua?

- (A) I, III, IV ja V
(B) III, IV ja V
(C) I, III ja V
(D) kaikki
(E) ei mikään edellisistä



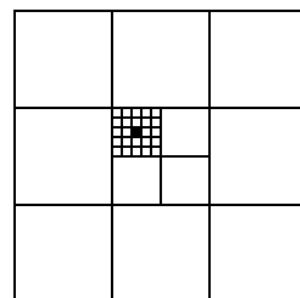
6. Juhlissa oli 4 tyttöä ja 4 poikaa. Pojat tanssivat vain tyttöjen ja tytöt vain poikien kanssa. Jälkeenpäin heiltä kysyttiin, monenko kanssa he olivat tanssineet. Pojat vastasivat: 3, 1, 2, 2. Kolme tytöstä vastasi: 2, 2, 2. Mitä neljäs tyttö sanoi?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Erilaisia tanssipareja on ollut $3 + 1 + 2 + 2 = 8$. Tyttöjen on täytynyt olla mukana yhtä monessa parissa, joten viimeinenkin tyttö sanoo 2.

7. Suuren neliön ala on 1. Mikä on pienen mustan neliön ala?

- (A) $\frac{1}{100}$ (B) $\frac{1}{300}$ (C) $\frac{1}{600}$ (D) $\frac{1}{900}$ (E) $\frac{1}{1000}$

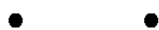
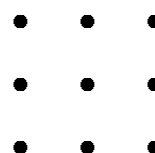


Musta neliö on suuren neliön yhdeksäsosan neljäsosan kahdeskymmenesviidesosa, eli $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{900}$ suuresta neliöstä.

4 pisteen tehtävät

8. Mikä on pienin määrä pisteitä, jotka poistamalla mitkään kolme jäljelle jäävää pistettä eivät ole samalla suoralla?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 7



Kolme riittää, kun ne poistetaan samalta viistoriviltä kuvan mukaisesti. Vähempi ei riitä, koska silloin jollekin vaakariveistä jäisi kolme pistettä.



9. Hissi kestää joko 12 aikuista tai 20 lasta. Kuinka monta lasta voi enintään mennä hissiin 9 aikuisen kanssa?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

9 aikuista vaatii $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ hissien kantokyvystä. Loppu $\frac{1}{4}$ riittää kantamaan $\frac{20}{4} = 5$ lasta.

10. Nick mittasi yhden teräväkulmaisen ja yhden tylppäkulmaisen kolmion kaikki kulmat. Hän muisti kuudesta kulmasta vain neljä: 120° , 80° , 55° ja 10° . Kuinka suuri oli teräväkulmaisen kolmion pienin kulma?

- (A) 5° (B) 10° (C) 45°
(D) 55° (E) mahdoton ratkaista

Puuttuvat 2 kulmaa voivat kuulua teräväkulmaiseen tai tylppäkulmaiseen kolmioon. Koska Nickin muistamista kulmista ei synny kolmiota (mikään summa ei ole 180°), toinen puuttuva kulma kuuluu teräväkulmaiseen ja toinen tylppäkulmaiseen. 80° ja 10° eivät voi olla teräväkulmaisen kolmion kulmia, koska viimeinen kulma olisi 100° . $180^\circ - 55^\circ - 10^\circ = 115^\circ$, joten 55° ja 10° eivät myöskään käy. Ainoat mahdolliset ovat 80° ja 55° , joten kysytty kulma on $180^\circ - 80^\circ - 55^\circ = 45^\circ$.

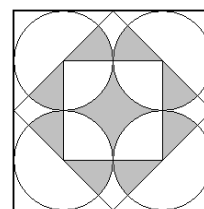
11. Kuinka monen positiivisen kokonaisluvun neliössä ja kuutiossa on yhtä monta numeroa?

- (A) 0 (B) 3 (C) 4
(D) 9 (E) äärettömän monen

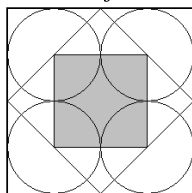
Kun $n \geq 10$, n^3 on ainakin kymmenen kertaa suurempi kuin n^2 , jolloin niissä on eri määrä numeroita. Riittää tarkistaa luvut 1 – 9. Ehdon toteuttavat luvut 1, 2 ja 4. ($1^2 = 1$, $1^3 = 1$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $4^2 = 16$, $4^3 = 64$.)

12. Kuinka suuri osa isoimmasta neliöstä on väritetty?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{\pi}{12}$ (C) $\frac{\pi + 2}{16}$ (D) $\frac{\pi}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$



Väritetyt ympyräsektorit ovat kahdeksasosaympyrän kokoisia, joten ne alaltaan vastaavat yhdessä värittämättömiä ympyräsektoreita. (Katso kuva.) Pienen neliön ala on $\frac{1}{4}$ suuren alasta, koska pienen neliön sivu on ympyrän halkaisijan suuruinen ja suuren neliön kaksi halkaisijaa.





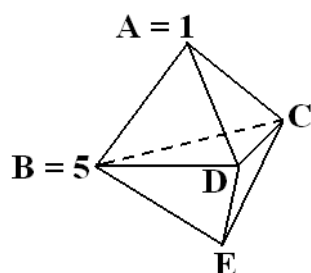
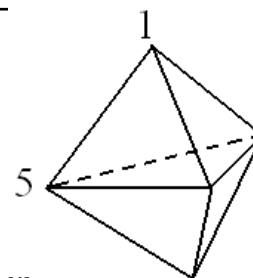
13. Neljän eri positiivisen kokonaisluvun tulo on 100. Mikä on niiden summa?

- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 20

Koska $100 = 1 \cdot 2^2 \cdot 5^2$, ainoa neljän eri luvun tulo on $100 = 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10$. Summa on siis $1 + 2 + 5 + 10 = 18$.

14. Kuvassa on kuusitahkoinen monitahokas. Kullekin tahkolle lasketaan sen kärjissä olevien lukujen summa. Summa on sama joka tahkolle. Kuinka suuri on kaikkien viiden kärjissä olevan luvun summa?

- (A) 9 (B) 12 (C) 17 (D) 18 (E) 24



Tahkojen ABC ja ADC summa on sama, joten $1 + 5 + C = 1 + D + C$, eli $D = 5$. Joka tahkon summa on siis $1 + 5 + 5 = 11$, joten myös $D = 5$ ja $E = 1$. Kaikkien kärkien summa on $1 + 5 + 5 + 5 + 1 = 17$.

5 pisteen tehtävät

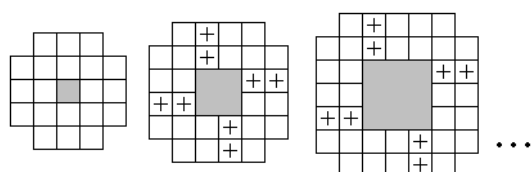
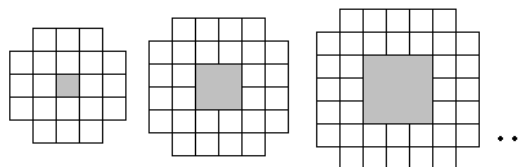
15. Kelmien ja ritarien saarella 25 ihmistä seisoj jonossa. Jokainen (paitsi jonon ensimmäinen) kertoi edessään seisovan henkilön olevan kelmi. Ensimmäisenä seisova sanoi kaikkien takanaan seisovien olevan kelmejä. Kuinka monta kelmiä jonossa on? (Ritarit puhuvat aina totta ja kelmit valehtelevat aina. Jokainen saaren asukas on joko kelmi tai ritari.)

- (A) 0 (B) 12 (C) 13
(D) 24 (E) mahdoton selvittää

Ensimmäinen ei voi puhua totta, sillä silloin esimerkiksi viimeinen ei voisi väittää edellään seisovaa kelmiä. (Koska puhuisi totta, vaikka on kelmi.) Ensimmäinen on siis kelmi, jolloin hänen takanaan seisova puhuu totta eli on ritari. Seuraava siis valehtelee ja niin edelleen. Joka toinen jonossa seisova on kelmi, eli heitä on yhteensä 13 kappaletta.

16. Kuvassa on jonon kolme ensimmäistä kuviota. Kuinka monta pientä valkoista neliötä tarvitaan jonon 10. kuvioon?

- (A) 76 (B) 80 (C) 84
(D) 92 (E) 100



Ensimmäisessä kuviossa on 20 pientä valkoista neliötä, ja jokaisessa seuraavassa aina 8 enemmän kuin edellisessä (joka sivulle tulee 2 neliötä lisää). Jonon 10. kuviossa on siis $20 + 9 \cdot 8 = 92$ neliötä.



17. Jos asetan $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ neliön kolmion päälle, voin peittää enintään 60% kolmiosta. Jos asetan kolmion neliön päälle, voin peittää korkeintaan $\frac{2}{3}$ neliöstä. Mikä on kolmion pinta-ala?

- (A) $22\frac{4}{5}\text{ cm}^2$ (B) 24 cm^2 (C) 36 cm^2 (D) 40 cm^2 (E) 60 cm^2

Kolmion neliöstä peittämä ala on sama kuin neliön kolmiosta peittämä. Siis $\frac{2}{3}$ neliön alasta ($\frac{2}{3} \cdot 36\text{ cm}^2 = 24\text{ cm}^2$) on 60% kolmion alasta:

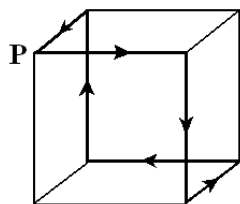
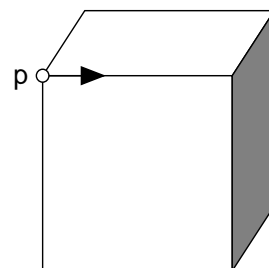
60% vastaa 24 cm^2

10% vastaa 4 cm^2

100% vastaa 40 cm^2 .

18. Kuljemme kuution särmiä pitkin lähtien pisteestä P . Särmiä loputtua meidän täytyy valita oikean ja vasemman välillä. Päätämme kääntyä vuorotellen oikealle ja vasemmalle. Kuinka monen särmiä jälkeen palaamme pisteeseen P ensimmäisen kerran?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 9 (E) 12



Kuvan reitin mukaisten kuuden särmiä jälkeen.

19. Haluamme värittää kuvan neliöt käyttäen värejä A , B , C ja D . Viereisiin ruutuihin ei saa tulla samaa väriä, ei edes kulmittain. Osa ruuduista on jo väritetty kuvan mukaisesti. Mitkä värit ovat mahdollisia tummennetulle ruudulle?

- (A) vain B (B) vain C (C) vain D
(D) joko C tai D (E) ei mikään

A	B			
C	D			
		B		
B				

A	B	A	B	A
C	D	C	D	C
B	A	B	A	B
$\frac{C}{D}$	$\frac{D}{C}$	$\frac{C}{D}$	$\frac{D}{C}$	$\frac{C}{D}$
B	A	B	A	B

*Kuvan mukaiset väritykset ovat ainoat mahdolliset.
Tummennettuun ruutuun käy siis joko C tai D .*

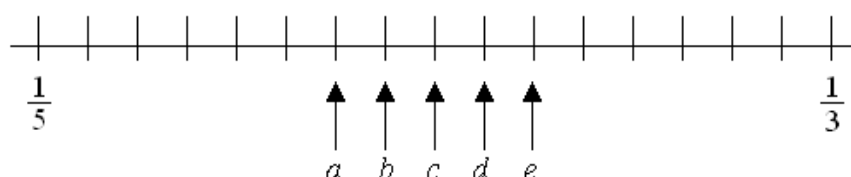


20. Kuinka monta kymmennumeroista lukua on olemassa, joissa on vain numeroita 1, 2 ja 3 ja jokainen numero poikkeaa naapureistaan yhdellä.

- (A) 16 (B) 32 (C) 64 (D) 80 (E) 100

Koska numerot 1 ja 3 eivät voi olla vierekkäin, ehdot täyttävän luvun joka toinen numero on 2. Jäljelle jäävien 5 numeron kohdalla voidaan valita kahdesta vaihtoehdosta (1 ja 3), joten valinta voidaan tehdä $2^5 = 32$ eri tavalla. Luvun ensimmäinen numero on joko 2 tai ei ole, ja kummassakin tapauksessa voidaan valita 32 vaihtoehdosta. Lukuja on siis yhteensä $32 + 32 = 64$ erilaista.

21. Murtoluvut $\frac{1}{3}$ ja $\frac{1}{5}$ on asetettu lukusuoralle.



Missä on luku $\frac{1}{4}$?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e

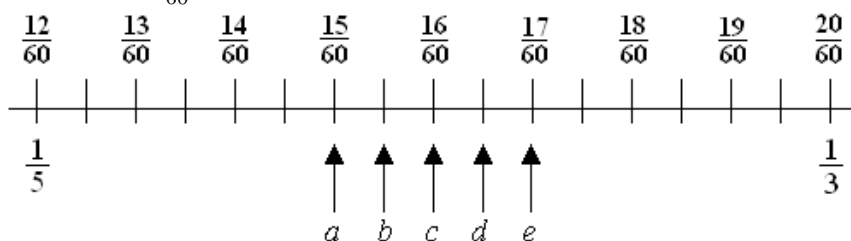
Koska $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$, lavennetaan murtoluvut kuudeskymmenesosiksi:

$$\frac{1}{5} = \frac{12}{60}, \quad \frac{1}{4} = \frac{15}{60}, \quad \frac{1}{3} = \frac{20}{60}.$$

Lukujen $\frac{1}{5}$ ja $\frac{1}{3}$ väliksi on merkitty 16 yksikköä, ja

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{20}{60} - \frac{12}{60} = \frac{8}{60},$$

joten lukua $\frac{1}{60}$ vastaa kaksi yksikköä.



Siis $a = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$.