

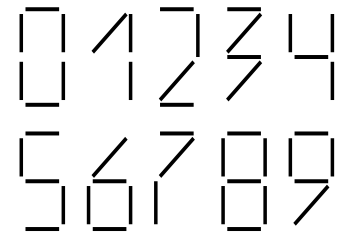


6. Huoneessa on kissoja ja koiria. Kissojen tassujen lukumäärä on kaksi kertaa koirien kuonojen lukumäärä. Kuinka monta kissaa huoneessa on?

- (A) Kaksi kertaa koirien määrä (B) Saman verran kuin koiria
(C) Puolet koirien lukumäärästä (D) Yksi neljäsosa koirien lukumäärästä
(E) Neljä kertaa koirien määrä

Terveillä kissoilla on neljä tassua ja terveillä koirilla yksi nenä. Yhtä kissaa kohti on siis kaksi koira.

7. Viereisen kuvan numerot on muodostettu keskenään samanlaisista pienistä tikuista. Tästedes puhuessamme lukujen painosta, tarkoitamme sitä, kuinka monta tikkua numeron muodostamiseen tarvitaan. Mikä on näin ollen painavimman kaksinumeroisen luvun paino?



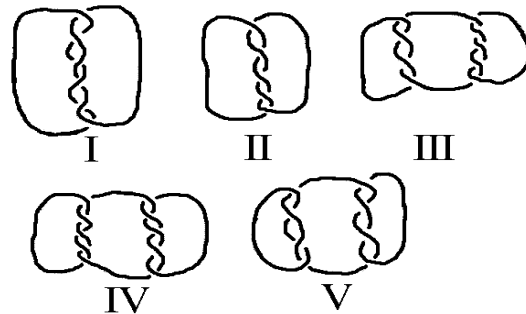
- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Painavin numero on 8, jonka paino on 7. Painavin kaksinumeroinen on siis 88, jonka paino on $7 + 7 = 14$.

4 pisteen tehtävät

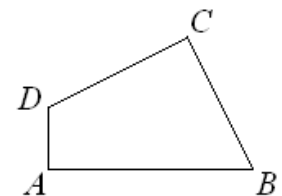
8. Mitkä viereisistä lenkeistä muodostuvat enemmän kuin yhdestä köydestä?

- (A) I, III, IV ja V
(B) III, IV ja V
(C) I, III ja V
(D) kaikki
(E) ei mikään edellisistä



9. Nelikulmion $ABCD$ sivujen pituudet ovat: $AB = 11$ cm, $BC = 7$ cm, $CD = 9$ cm ja $DA = 3$ cm. Kulmat A ja C ovat suoria. Mikä on tämän nelikulmion pinta-ala?

- (A) 30 cm^2 (B) 44 cm^2 (C) 48 cm^2 (D) 52 cm^2 (E) 60 cm^2



Neliö koostuu kahdesta kolmiosta ABD ja BCD , jotka ovat suorakulmaisia. Sivut AD ja CD ovat korkeusjanoja. Kolmion ala lasketaan kanta \cdot korkeus/2, joten yhteenlaskettu ala on

$$\frac{11 \cdot 3}{2} + \frac{7 \cdot 9}{2} = \frac{33}{2} + \frac{63}{2} = \frac{96}{2} = 48 \text{ neliösenttimetriä.}$$



10. Tanssiryhmässä on 39 poikaa ja 23 tyttöä. Joka viikko 6 uutta poikaa ja 8 uutta tyttöä liittyy ryhmään. Muutaman viikon kuluttua tyttöjä ja poikia on tanssiryhmässä yhtä paljon. Kuinka monta tyttöä ja poikaa ryhmässä on tuolloin *yhteensä*?

- (A) 144 (B) 154 (C) 164 (D) 174 (E) 184

Poikia on $39 - 23 = 16$ enemmän. Joka viikko ero kaventuu kahdella, joten tyttöjä ja poikia on yhtä monta 8 viikon päästä. Uusia tulokkaita on sinä aikana tullut $8 \cdot (6 + 8) = 8 \cdot 14 = 112$ henkilöä. Kun alkuperäiset jäsenet lisätään, saadaan yhteensä $39 + 23 + 112 = 174$ tyttöä ja poikaa.

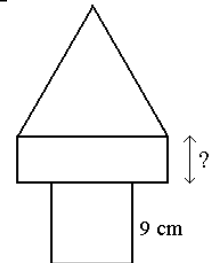
11. Kahdeksan korttia, jotka on numeroitu yhdestä kahdeksaan, laitetaan laatikkoihin A ja B. Kummankin laatikon korttien numeroiden summa on sama. Jos laatikossa A on vain kolme korttia, voit olla varma siitä, että

- (A) Kolmessa laatikon B kortissa on pariton numero
(B) Neljässä laatikon B kortissa on parillinen numero
(C) Kortti, jossa on numero yksi *ei ole* laatikossa B
(D) Kortti, jossa on numero kaksi *on* laatikossa B
(E) Kortti, jossa on numero 5 on laatikossa B

Korttien summa on $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$, joten kummassakin laatikossa korttien summa on $36 : 2 = 18$. Laatikon A kortteille on vain kolme vaihtoehtoa, sillä ainoat lukukolmikot, joiden summa on 18 ovat (suuruusjärjestyksen järjestettynä) 8, 7, 3; 8, 6, 4 ja 7, 6, 5. Näille kaikille pätee vain väite D.

12. Kuvan ”torni” on muodostettu kolmesta eri kuviosta - neliöstä, suorakulmiosta ja tasasivuisesta kolmiosta. Jokaisen kolmen kuvion piiri on yhtä pitkä. Neliön sivu on 9 cm pituinen. Mikä on suorakulmion lyhyemmän sivun pituus?

- (A) 4 cm (B) 5 cm (C) 6 cm (D) 7 cm (E) 8 cm



Neliön piiri on $4 \cdot 9 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$. Kolmion piiri on sama, joten sen sivu on $36 \text{ cm} : 3 = 12 \text{ cm}$. Suorakulmion pitkät sivut ovat siis 12 cm mittaiset, yhteensä 24 cm. Jotta suorakulmionkin piiriksi tulisi 36 cm, täytyy lyhyiden sivujen olla yhteensä 12 cm, eli kumpikin 6 cm.



13. Antero, Bruno, Seppo ja Taavetti ovat voittaneet neljä ensimmäistä sijaa mölkkyturnauksessa. Jos lasket yhteen Anteron, Brunon ja Taavetin sijoitusta osoittavat numerot, saat tulokseksi luvun kuusi. Saat saman tuloksen, jos lasket yhteen Brunon ja Sepon sijoituksia osoittavat numerot. Kuka voitti ensimmäisen palkinnon, jos Bruno sijoittui Anteroa paremmin?

- (A) Antero (B) Bruno (C) Seppo
(D) Taavetti (E) mahdotonta päätellä

Ainoa tapa saada luvuista 1, 2, 3, 4 kahden luvun summana 6 on $2 + 4$. Koska Bruno sijoittui paremmin kuin Antero, hän ei voinut olla neljäs, vaan Seppo oli neljäs ja Bruno toinen. Koska Bruno sijoittui Anteroa paremmin, voittajan täytyi olla Taavetti.

14. Tänäpä on sunnuntai. Reima alkaa lukea 290-sivuista kirjaa. Hän lukee neljä sivua joka päivä, paitsi sunnuntaisin, jolloin hän lukee 25 sivua. Jos hän noudattaa tätä luku-suunnitelmaa joka päivä, kuinka monta päivää kirjan lukemiseen menee?

- (A) 5 (B) 46 (C) 40 (D) 35 (E) 41

Viikossa Reima saa luettua 49 sivua (25 sunnuntaina ja $6 \cdot 4 = 24$ arkipäivinä). Kuudessa täydessä viikossa hän saisi luettua $6 \cdot 49 = 294$ sivua, joten lukemiseen kuluu yhtä arkipäivää vajaat kuusi viikkoa. Päiviä kertyy $6 \cdot 7 - 1 = 41$.

5 pisteen tehtävät

15. Leena on kirjoittanut paperille positiivisen kokonaisluvun A . Hän väittää:

- A on jaollinen luvulla 5
- A on jaollinen luvulla 11
- A on jaollinen luvulla 55
- A on pienempi kuin 10

Kaksi näistä väittämistä on tosia ja kaksi väärää. Kokonaisluku A on

- (A) 0 (B) 5 (C) 10 (D) 11 (E) 55

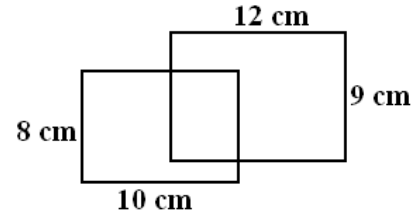
Tapa 1. *Ensimmäisestä, toisesta ja kolmannesta väitteestä vain yksi voi olla tosi, sillä jos kaksi niistä on totta, kolmaskin on, mikä ei käy. Viimeisen väittämän täytyy siis olla toinen tosi väite. Sen pariksi sopii vain ensimmäinen. Kysytty luku A on siis kymmentä pienempi ja jaollinen viidellä, mutta ei yhdellätoista. Tällaisia lukuja on vain yksi: 5.*

Tapa 2. *Koska vain yksi annetuista vastausvaihtoehdoista on oikein, tutkitaan ne yksi kerrallaan:*

- A: 0 on jaollinen kaikilla annetuilla luvuilla, joten se ei käy.
- B: 5 on jaollinen 5:llä ja pienempi kuin 10. Se ei ole jaollinen 11:llä eikä 55:llä. Siis vastaus B on oikein.
- C, D ja E: ei tarvitse tutkia, koska vain yksi vastaus voi olla oikein.



16. Kuvan suorakulmaiset lasilevyt peittävät osin toisensa. Pienemmästä $8\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ levyistä on 37 cm^2 suuremman ulkopuolella. Kuinka paljon suuremmasta levyistä on pienemmän ulkopuolella?



- (A) 60 cm^2 (B) 62 cm^2 (C) $62,5\text{ cm}^2$
(D) 64 cm^2 (E) 65 cm^2

Pienemmän pinta-ala on $8\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 80\text{ cm}^2$, joten sillä on yhteistä alaa suuremman kanssa $80\text{ cm}^2 - 37\text{ cm}^2 = 43\text{ cm}^2$. Suuremman levyn ala on $9\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} = 108\text{ cm}^2$, joten siitä on pienemmän ulkopuolella $108\text{ cm}^2 - 43\text{ cm}^2 = 65\text{ cm}^2$.

17. Hotellin huoneet on numeroitu kolminumeroisilla luvuilla. Ensimmäinen numero tarkoittaa kerrosta ja kaksi seuraavaa numeroa huoneen numeroa. Esimerkiksi 125 tarkoittaa ensimmäisen kerroksen huonetta numero 25. Hotellissa on viisi kerrosta (kerrokset 1 - 5). Joka kerroksessa on 35 huonetta (huoneet 1 - 35). Kuinka monta kertaa numero 2 esiintyy yhteensä koko hotellin huoneiden numeroissa?

- (A) 60 (B) 65 (C) 95 (D) 100 (E) 105

Kakkonen on ensimmäisenä numerona kaikissa 2. kerroksen huoneissa - yhteensä 35 kakkosta. Kakkonen on toisena numerona joka kerroksen huoneissa 20 - 29, yhteensä $5 \cdot 10 = 50$ kakkosta. Viimeisenä numerona kakkonen on joka kerroksen huoneissa 2, 12, 22 ja 32, yhteensä $5 \cdot 4 = 20$ kakkosta. Kaiken kaikkiaan numero 2 esiintyy $35 + 50 + 20 = 105$ kertaa.

18. Väritämme ruudukon ruudut käyttäen värejä A, B, C ja D siten, että vierekkäisissä ruuduissa ei käytetä samaa väriä. Vierekkäisillä ruuduilla tarkoitetaan sellaisia ruutuja, jotka koskettavat toisiaan joko kyljistään tai kulumistaan. Muutamia ruuduista on valmiiksi väritetty kuvan mukaisesti. Mikä on varjostetun ruudun väri?

A	B		C	D

- (A) A (B) B (C) C
(D) D (E) Kaksi eri väri vaihtoehtoa

A	B	$\frac{A}{D}$	C	D
D	C	$\frac{D}{A}$	B	A
A	B	$\frac{A}{D}$	C	D
D	C	$\frac{D}{A}$	B	A

Ainoat väritysvaihtoehdot ovat kuvan mukaiset.



19. Jokaisen pysty- ja vaakarivin summa on tiedossa. Jokaista merkkiä vastaa yksi positiivinen kokonaisluku. Mikä on lausekkeen $\square + \otimes - \triangle$ arvo?

\square	\otimes	\square	11
\otimes	\square	\triangle	8
\otimes	\triangle	\square	8
10	8	9	

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Vertaamalla ylintä vaakariviä ja vasemmanpuoleista pystyriviä nähdään, että $\square + \otimes + \otimes = 10$ ja $\square + \otimes + \square = 11$, eli $\square = \otimes + 1$. Sijoitetaan tämä vasemmanpuoleiseen pystyriviin, jolloin saadaan $\otimes + 1 + \otimes + \otimes = 10$, eli $\otimes = 3$ ja $\square = \otimes + 1 = 4$. Keskimmäisestä vaakarivistä voidaan nyt lukea $3 + 4 + \triangle = 8$, eli $\triangle = 1$. Siis $\square + \otimes - \triangle = 4 + 3 - 1 = 6$.

20. Hassujen jalkojen maassa jokaisen miehen vasen jalka on kaksi numeroa suurempi kuin hänen oikea jalkansa. Jokaisen naisen vasen jalka on taas yhtä numeroa suurempi kuin oikea jalka. Kenkiä myydään kuitenkin aina pareittain samaa kokoa. Säästääkseen rahaa ryhmä ystävyksiä osti kenkiä yhdessä. Kun he kaikki olivat laittaneet jalkoihinsa sopivat kengät, täsmälleen kaksi kenkää jäi yli; toinen kokoa 36 ja toinen kokoa 45. Mikä on pienin mahdollinen ihmisten lukumäärä tässä ystävyksien ryhmässä?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Kun ostetaan parit kenkiä esimerkiksi kokoja 36, 38, 40, 42, 44 ja 45, niistä riittää sopivat 4 miehelle ja 1 naiselle. Pienemmällä joukolla kuvattu tilanne ei ole mahdollinen, koska silloin kenkiä jäisi enemmän yli.

21. 4×2 ruudun taulukossa on valmiina kaksi lukua ensimmäisellä rivillä. Seuraavalla rivillä on edellisen rivin lukujen summa ja erotus (katso oheista kuvaa). 7×2 ruudun taulukko täytetään saman ohjeen mukaan. Viimeisellä rivillä on luvut 96 ja 64. Mikä on tämän taulukon ensimmäisen rivin lukujen summa?

10	3
13	7
20	6
26	14

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 20 (E) 24

Tapa 1. Havaitaan, että vasemmanpuoleinen luku on aina alemmalla rivillä olevien kahden luvun keskiarvo ja oikeanpuoleinen luku saadaan vähentämällä alarivin vasemmanpuoleisesta kyseinen keskiarvo. (Esimerkkitaulukossa siis $20 = \frac{26+14}{2}$ ja $6 = 26 - 20$.) Tällä tavoin alhaalta ylös täyttäen saadaan oikealla näkyvä taulukko.

12	8	a	b
20	4	$a+b$	$a-b$
24	16	$2a$	$2b$
40	8	$2a+2b$	$2a-2b$
48	32	$4a$	$4b$
80	16	$4a+4b$	$4a-4b$
96	64	$8a$	$8b$

Tapa 2. Koska toisella rivillä on ensimmäisen rivin lukujen summa ja erotus, kolmannelle riville tulevat ensimmäisen rivin luvut kaksinkertaisina. Vastaavasti 4. riville tulevat 2. rivin luvut kaksinkertaisina eli 1. rivin luvut nelinkertaisina. Kuudennella rivillä luvut ovat $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ -kertaisina. Siis ensimmäisen rivin luvut ovat $96 : 8 = 12$ ja $64 : 8 = 8$.