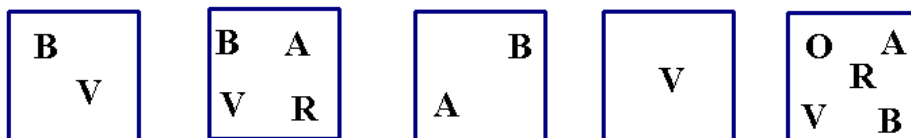


3 points

1) There are 5 boxes and each box contains some cards labeled O, A, R, V, B as shown. Peter wants to remove cards from each box in such a way that each box in the end contains only one card, and different boxes contain cards with different letters. What card remains in the box on the right?



4. laatikossa on vain kirjain V, joten se pitää poistaa muista laatikoista. Nyt 1. laatikkoon jää vain B, joten se poistetaan muista. 3. laatikossa on tämän jälkeen vain A, joten se poistetaan muista. Nyt 2. laatikossa on vain R, joten se poistetaan oikeanpuolimmaisesta laatikosta, jonne siis jää kirjain O. (Kirjaimista syntyy sana BRAVO).

- A) it is impossible      B) A      C) V      **D) O**      E) R

2) Frank and Gabriel competed in running 200 meters. Gabriel made it in half a minute, but Frank made it in the hundredth part of one hour. Who and by how many seconds was faster?

Gabrielin aika 30 sek ja Frankin aika  $0,01 \cdot 60 \cdot 60 \text{ sek} = 36 \text{ sek}$ . Siis G nopeampi 6 sek.

- A) Gabriel by 36 seconds      B) Frank by 24 seconds  
**C) Gabriel by 6 seconds**      D) Frank by 4 seconds  
 E) They were equally fast.

3) To greet the New Year 2008, Basil put on a T-shirt with

2008

on it, and stood in front of a mirror on his hands, with his feet up. What was seen in the mirror by his friend Nick, who stood (on his feet) beside Basil?

Suoritetaan peilaus vaakasuoran suoran suhteen. (Vasen ja oikea vaihtavat paikkaa sekä peilissä että käsinseisonnassa, joten ne kumoavat toistensa vaikutuksen.)

- A) 2008      **B) 5008**      C) 8002      D) 8005      E) 2005

4)  $a = 2 - (-4)$ ,  $b = (-2)(-3)$ ,  $c = 2 - 8$ ,  $d = 0 - (-6)$  and  $e = (-12) : (-2)$ .

How many of these results are **not** equal to 6?

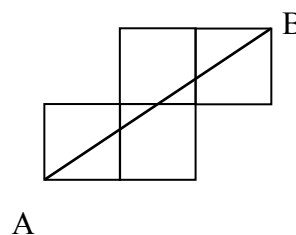
Vain  $2 - 8 = -6$  eli eri kuin 6.

- A) 0      **B) 1**      C) 2      D) 4      E) 5

5) What is the length of the line AB if the side of each of the four squares is 1?

$$AB^2 = 3^2 + 2^2 = 13$$

- A) 5                      **B)  $\sqrt{13}$**                       C)  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$   
D)  $\sqrt{5}$                       E) none of the previous



6) What is the least number of letters that must be removed from the word KANGOUROU so that the remaining letters are in the alphabetical order?

~~K~~~~A~~~~N~~~~G~~~~O~~~~U~~~~R~~~~O~~~~U~~ tai ~~K~~~~A~~~~N~~~~G~~~~O~~~~U~~~~R~~~~O~~~~U~~

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      **D) 4**                      E) 5

7) Replace the letters by digits. Each letter must be replaced by the same digit in each place. Which digit is K ?

$$\begin{array}{r} \text{O K} \\ + \text{K O} \\ \hline \text{W O W} \end{array}$$

Summassa W on satojen määrä, joten  $W = 1$  ja siis  $K + O = 11$ . Silloin luku OK on 29 tai 92 ja luku KO on 92 tai 29. Summasta huomataan, että O tulee olla 2, joten K on 9.

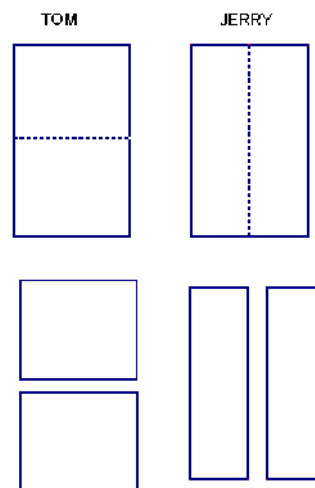
- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 8                      **E) 9**

8) Tom and Jerry cut two equal rectangles. Tom got two rectangles with the perimeter of 40 cm each, and Jerry got two rectangles with the perimeter of 50 cm each. What were the perimeters of the initial rectangles?

Olkoon suorakulmion kanta  $x$  ja korkeus  $y$ . Tomin puolikassuorakulmion piiri on  $2x + y = 40$  ja Jerryyn  $x + 2y = 50$ . Näistä saadaan  $x = 10$  ja  $y = 20$ . Alkuperäisen suorakulmion piiri on  $2x + 2y = 60$ .

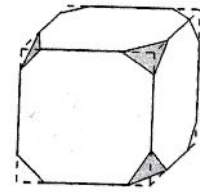
TAI näin:

Kun kaksi samanlaista suorakulmiota leikataan näin, syntyy yksi pari lyhyitä ja yksi pari pitkiä sivuja alkuperäisten sivujen lisäksi. Kun siis lopputulosten piirit lasketaan yhteen, saadaan alkuperäisen suorakulmion piiri kolminkertaisena.  
 $(2 \times 50 + 2 \times 40) : 3 = 60$



- A) 40 cm                      B) 50 cm                      **C) 60 cm**                      D) 80 cm                      E) 100 cm

9) A cube has all its corners cut off, as shown. How many edges does the resulting solid have?



*Jokaiseen 8 kärkeen syntyy 3 uutta särmää ja lisäksi on kuution alkuperäiset 12 särmää, yhteensä  $8 \times 3 + 12 = 36$*

- A) 26      B) 30      **C) 36**      D) 40      E) 48

10) On my first spelling test, I score one mark out of five. If I now work hard and get full marks on every test, how many more tests should I take for my average to be four out of five correct answers?

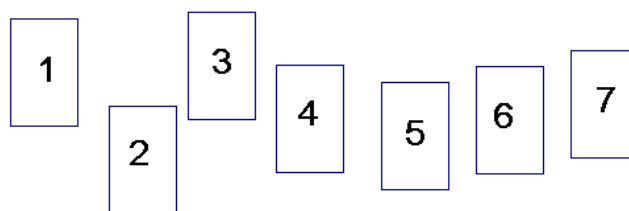
*Tehtävässä ei kerrota, kuinka monta kysymystä lopuissa testeissä on. Täydet pisteet vastaa kuitenkin  $100\% = 1$ , joten 1. testistä tuli  $1/5$  ja loppuista  $n$  testistä  $1/1 = 1$ . Tulokseksi kaikista yhteensä pitää tulla  $4/5$ .*

$$\frac{1}{5} + n \cdot 1 = \frac{4}{n+1} \quad , \text{josta } 1 + 5n = 4n + 4 \text{ ja edelleen } n = 3$$

- A) 2      **B) 3**      C) 4      D) 5      E) 6

4 points

11) A box contains seven cards. The cards are numbered from 1 to 7. Mary picks, at random, three cards from the box and afterwards John picks two cards. Two cards are left in the box. Then Mary says to John: "I know that the sum of the numbers of your cards is even." The sum of the numbers on Mary's cards is equal to



*Mary tietää varmasti, että Johnin kahden kortin summa on parillinen, jos hän on ottanut kaikki parilliset kortit.  $2 + 4 + 6 = 12$*

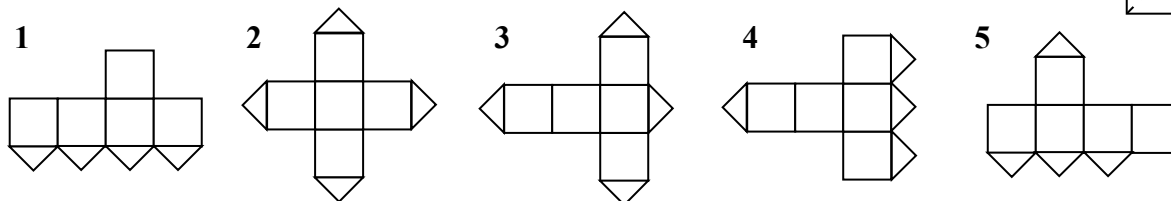
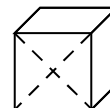
- A) 10      **B) 12**      C) 6      D) 9      E) 15

12) The teacher has 10 boxes. The boxes contain 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53 and 68 rulers. What is the least number of these boxes that the teacher should take with him so that he has exactly 100 rulers?

*Ykkösten summan päätyttävä 0:aan.  $8 + 18 + 28 + 48 + 68 > 100$ .  $8 + 8 + 8 + 3 + 3 = 30$  tai  $8 + 3 + 3 + 3 + 3 = 20$ . Ei muita mahdollisuuksia. Esim.  $8 + 3 + 13 + 23 + 53 = 100$ .*

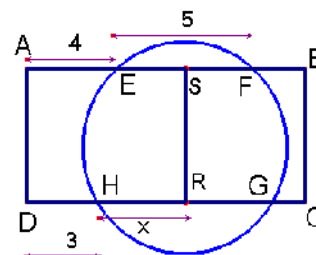
- A) 2      B) 3      C) 4      **D) 5**      E) it is impossible to do

13) One of the cube faces is cut along its diagonals (see the fig.). Which of the following nets are impossible?



- A) 1 and 3      B) 1 and 5      C) 3 and 4      **D) 3 and 5**      E) 2 and 4

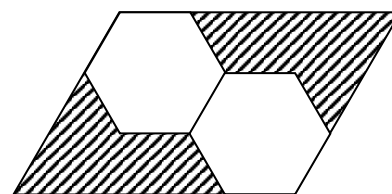
14) The rectangle ABCD intersects a circle at points E, F, G and H. If  $AE = 4\text{cm}$ ,  $EF = 5\text{cm}$  and  $DH = 3\text{cm}$ , then the length of  $HG$  is ...



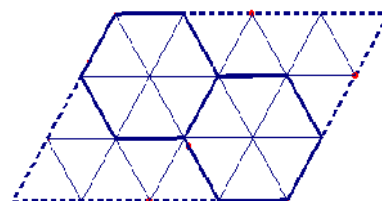
*Olkoon  $HG$ :n keskipiste  $R$  ja  $EF$ :n keskipiste  $S$ . Merkitään  $HR = x$ . Syntyy suorakulmio  $ADRS$ . Sen kantasivuista saadaan yhtälö  $3 + x = 4 + 2,5$ , josta  $x = 3,5$ . Siten  $HG = 7$*

- A) 6cm      **B) 7cm**      C)  $\frac{20}{3}$  cm      D) 8cm      E) 9cm

15) In the figure the two regular hexagons are equal to each other. What fraction of the parallelogram's area is shaded?



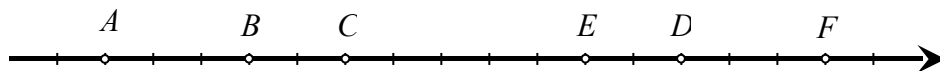
*Säännölliset kuusikulmiot muodostuvat kuudesta tasasivuisista kolmiosta. Viivoitettu alue jakaantuu myös samanlaisiin kolmioihin, joiden sivut ovat kuusikulmion sivujen suuntaiset ja yhtä pitkät, koska koko alue on suunnikas. Viivoitetulla alueella on 12 pikkukolmiota, kuten kuusikulmioissa yhteensä. Viivoitettu alue on siis puolet koko suunnikkaasta.*



- A)  $\frac{1}{2}$**       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{1}{5}$       E)  $\frac{1}{6}$

16) Six integers are marked on the real axis (see the fig.). It is known that at least two of them are divisible by 3, and at least two of them are divisible by 5. Which numbers are divisible by 15?

*Jos A jaoll. 3:lla, myös B, D ja F ovat. Jos A jaoll. 5:llä, myös C, E ja F ovat. Jos C jaoll. 3:lla, ei olisi muita. Jos E jaoll. 3:lla, ei olisi muita. Jäljelle jää vain A ja F, jotka jaoll. kummallakin eli 15:llä.*



- A) A and F**      B) B and D      C) C and E  
 D) all six numbers      E) only one of them

17) The 7 dwarfs are born on the same date, but in 7 consecutive years. The 3 youngest of them are 42 years old together. How many years old are the 3 oldest together?

*3:n nuorimman ikien summa  $x + x + 1 + x + 2 = 42$ , mistä  $x = 13$ . Silloin kolmen vanhimman summa on  $3 \times 13 + 4 + 5 + 6 = 54$*

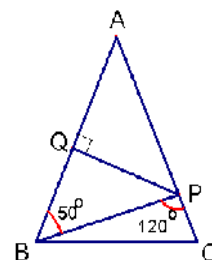
- A) 51      **B) 54**      C) 57      D) 60      E) 63

18) How many digits can at most be erased from the 1000-digit number 20082008...2008, so that the sum of the remained digits is 2008?

*Luvussa on 250 neljän numeron jonoa, niistä pois 500 nollaa. Kahdeksikot yhteensä  $250 \times 8 = 2000$ . Tarvitsee säilyttää lisäksi 4 kpl kakkosia, jotta jäljelle jäävien numeroiden summa on 2008. Poistetaan siis vielä  $250 - 4 = 246$  kakkosta. Poistetaan yhteensä  $500 + 246 = 746$  numeroa*

- A) 564      B) 497      C) 500      D) 601      **E) 746**

19) The picture shows an isosceles triangle with  $AB=AC$ . If  $PQ$  is perpendicular to  $AB$ , the angle  $BPC$  is  $120^\circ$  and the angle  $ABP$  is  $50^\circ$ . How much is the angle  $PBC$ ?



*Koska kulma  $ABP = 50^\circ$  ja kulma  $PQA = 90^\circ$ , on kulma  $BPQ = 40^\circ$ . Kulma  $QPA = 180^\circ - 120^\circ - 40^\circ = 20^\circ$  ja kulma  $A = 70^\circ$ . Tasakylkisen kolmion kantakulma  $ABC$  on  $(180^\circ - 70^\circ) : 2 = 55^\circ$ . Kulma  $PBC = 55^\circ - 50^\circ = 5^\circ$*

- A) 5°**      B)  $10^\circ$       C)  $15^\circ$   
 D)  $20^\circ$       E)  $25^\circ$

20) How many such pairs of real numbers exist that the sum, the product, and the quotient of these two numbers are all equal?

Yhtälöparin  $\begin{cases} x + y = xy \\ x + y = \frac{x}{y} \end{cases}$  ylemmstä yhtälöstä saadaan  $y = \frac{x}{x-1}$ , joka sijoitetaan alempaan ja saadaan  $x = \frac{1}{2}$  ja edelleen  $y = -1$ . Yksi ratkaisupari.

- A) none      **B) 1 pair**      C) 2 pairs      D) 4 pairs      E) 8 pairs

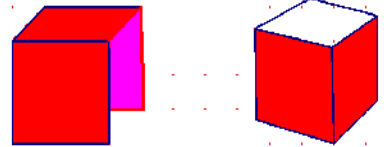
5 points

21) Each digit, starting from the third one, in the decimal representation of a six-digit number is equal to the sum of two previous digits. How many six-digit numbers possess this property?

321101 ja 853211 eikä muita 1-loppuisia. 642202 eikä muita 2-loppuisia. 963303 eikä muita 3-loppuisia. Muilla numeroilla loppuvat eivät käy.

- A) none      B) 1      C) 2      **D) 4**      E) 6

22) I have a wooden cube, with three red sides and three blue sides. When I cut this cube into  $3 \times 3 \times 3 = 27$  equal small cubes, how many of these have at least one red side and one blue side?



*Jos ison kuution etutahko, ylätahko ja takatahko ovat punaisia, on kuution ylimmässä ja alimmassa kerroksessa kummassakin 6 sinistä ja punaista sisältävää pikkukuutiota ja keskikerroksessa niitä on 4 eli yhteensä 16. Jos ison kuution pohjatahko, etutahko ja toinen sivutahko ovat punaisia, on kuution ylimmässä ja alimmassa kerroksessa kummassakin 5 sinistä ja punaista sisältävää pikkukuutiota ja keskikerroksessa vain 2 eli yhteensä 12.*

- A) 6      B) 12      C) 14      D) 16  
**E) it depends on which sides of the big cube are red and which blue**

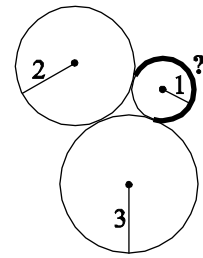
23) We note that  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ . If  $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$ , then  $n =$

*Luku 2 esiintyy kertomassa 15 kertaa, joten kertoma sisältää luvut 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 ja 16. Näissä 2 on tekijänä 15 kertaa. Koska  $n!$  ei sisällä 17, on  $n = 16$ .*

- A) 13      B) 14      C) 15      **D) 16**      E) 17

24) Find the arc length marked by ?.

*Yhdistämällä ympyröiden keskipisteet syntyy kolmio, jonka sivut ovat 3, 4 ja 5, joten kolmio on suorakulmainen (toteuttaa Pythagoraan lauseen). Silloin kysyttyä kaarta vastaava keskuskulma on  $270^\circ$  ja kaari  $\frac{3\pi}{2}$ .*



A)  $\frac{5\pi}{4}$

B)  $\frac{5\pi}{3}$

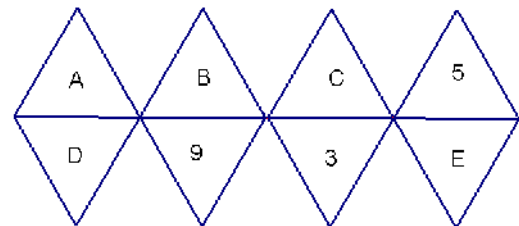
C)  $\frac{\pi}{2}$

D)  $\frac{3\pi}{2}$

E)  $\frac{2\pi}{3}$

25) This net of eight equilateral triangles can be folded to form a regular octahedron.

To construct a Magic Octahedron, replace the letters A, B, C, D, and E with the numbers 2, 4, 6, 7, and 8 (without repetition) so that the sum of the four numbers on the four faces that share a vertex is the same for each vertex.



On your Magic Octahedron, how much is B+D?

*Lasketaan oktaedrin yläkärjessä ja alakärjessä kohtaavat luvut yhteen, saadaan 44. Siis jokaisessa kärjessä lukujen summa on 22. Eri kärjissä saadaan summiksi*

$$\begin{cases} B + C + 9 + 3 = 22 \\ A + B + C + 5 = 22 \\ A + B + D + 9 = 22 \end{cases} \text{ eli } \begin{cases} B + C = 10 \\ A + B + C = 17 \\ A + B + D = 13 \end{cases} . \text{Yhtälöistä 1 ja 2 saadaan } A = 7, \text{ sijoitetaan se yhtälöön}$$

3, jolloin saadaan  $B + D = 6$

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

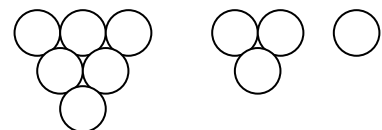
E) 10

26) A 3-pyramid is a stack of the following 3 layers of balls:

In the same way we have a 4-pyramid, a 5-pyramid, etc.

All the balls anywhere on the outside of an 8-pyramid are black (balls are considered to be outside if they touch the circumscribed tetrahedron), the balls on the inside are all white.

What kind of pyramid do the white balls form?



*Alimmassa kuvassa on 8-pyramidin pohjakerros. Sen sisällä on 5-pyramidin pohja.*

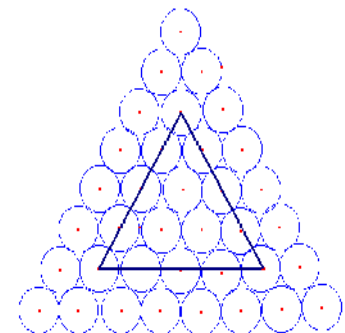
A) 3-pyramid

B) 4-pyramid

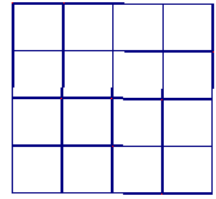
C) 5-pyramid

D) 6-pyramid

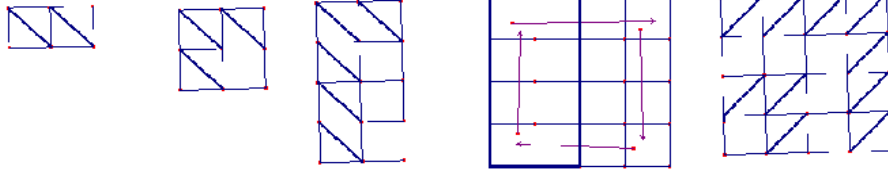
E) 7-pyramid



27) A square 4 x 4 table is divided into 16 unit squares (see the fig.) Find the maximum possible number of diagonals one can draw in these unit squares so that no two of them have any common points (including endpoints).



*Maksimimäärän voi perustella esim. seuraavasti:*



*1x2 ruudukkoon voi piirtää 2 lävistäjää. Kun pinotaan 2 kpl 1x2 ruudukoita päällekkäin, saadaan 2x2 ruudukko. Siihen voi piirtää vain 3 lävistäjää, koska alemman 1x2 ruudukon pidemmän sivun keskipiste on jo varattu ylemmän 1x2 ruudukkoon. Kaikki 2x2 ruudukon sivujen keskipisteet ovat varattuja, piirrettiinpä 3 lävistäjää miten tahansa.*

*Kun pinotaan päällekkäin 2 kpl 2x2 ruudukoita, joudutaan taas alemmasta jättämään pois yksi lävistäjä, koska yhden sivun keskipiste on varattu ylemmän 2x2 ruudukkoon.*

*4x4 ruudukossa voidaan hahmottaa 4 kpl 2x4 ruudukoita, jotka peittävät 4x4 ruudukon kahteen kertaan. Koska yhdessä 2x4 ruudukossa voi olla korkeintaan 5 lävistäjää, 4x4 ruudukossa voi siis olla korkeintaan  $4 \cdot 5 : 2 = 10$  lävistäjää. Kuvasta näkyy, että tämä on myös mahdollista.*

- A) 8      B) 9      **C) 10**      D) 11      E) 12

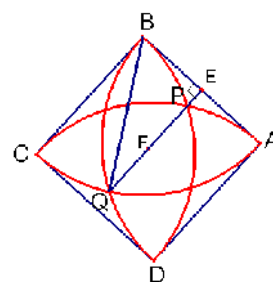
28) Kanga always jumps straight forward. His jumps are 1 m or 3 m long. Kanga wants to go exactly 10 m. In how many different ways can Kanga do this? (We consider 1+3+3+3 and 3+3+3+1 as two different possibilities.)

*Kaikki 1 m loikkia, 1 tapa; yksi 3 m loikka ja muut 1 m,  $\binom{8}{1} = 8$  tapaa; kaksi 3 m loikkaa ja muut*

*1 m,  $\binom{6}{2} = 15$  tapaa; kolme 3 m loikkaa ja yksi 1 m,  $\binom{4}{1} = 4$  tapaa. Yhteensä 28 tapaa.*

- A) 28**      B) 34      C) 35      D) 55      E) 56

29) ABCD is a square (see the fig.) of side length 1 and the quarter circles have centres on A, B, C and D. What is the length of PQ?



Kolmiosta BQE saadaan  $QE = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , joten

$$QF = QE - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \text{ ja } QP = 2QF = \sqrt{3} - 1$$

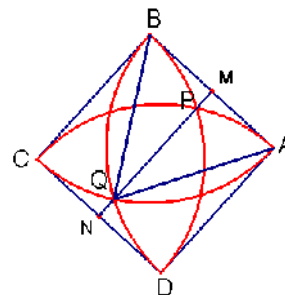
TAI

Kolmio BQA on tasasivuinen, sivun pituus 1, joten

$$\text{korkeusjana } QM = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Myös kolmion CPD korkeusjana } NP = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$QM + NP - QP = 1, \text{ josta } QP = QM + NP - 1 = \sqrt{3} - 1.$$



- A)  $2 - \sqrt{2}$       B)  $\frac{3}{4}$       C)  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$   
 D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       **E)  $\sqrt{3} - 1$**

30) How many 2007-digit numbers exist, in which every two-digit number composed of two sequential digits is divisible either by 17 or by 23?

Kaksinumeroiset luvut, jotka ovat jaollisia joko 17:lla tai 23:lla ovat 17, 34, 51, 68, 85, 23, 46, 69 ja 92. Kysytyissä luvuissa tulee toistua numerosarja 23469 2.. tai 34692 3... tai 46923 4... tai 69234 6... tai 92346 9... Viiden numeron sarjoja mahtuu 401 ja niiden jälkeen sarjan alusta kaksi numeroa. Näiden lisäksi luku voi päättyä myös seuraavilla tavoilla: ...468 tai ...4685 tai ...46851 tai ...468517. Yhteensä 9 erilaista lukua.

- A) 5      B) 6      C) 7      **D) 9**      E) more than 9